Rechenbuch

zum

Schul- und Hausgebrauche.

Eine
nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen
bearbeitete

praktische Anweisung

zum

Kopf- und Zifferrechnen

mit

sehr vielen Uebungsaufgaben.

Von

G. F. Heinisch.

Vierter Theil:

Zur VI. Stufe noch gehörig: Gewinn- und Verlustrechnung, Discont-, Rabatt-, Tara- und Gutgewicht-, Fusti-, Termin-, Zinseszins-, Theilungs- und Gesellschafts-, Mischungs- mit Gold- und Silberrechnung.

VII. Stufe: Flächen- und Körperberechnung, Quadrat- und Cubikzahlen und ihre Wurzeln.

Dritte, mit Rücksichtnahme auf die neuen Maß- und Gewichtsverhältnisse nach den h. Ministerial-Verordnungen vom 20. August u. 2. November 1870 umgearbeitete Auflage.

Bamberg 1872.
Verlag der Buchnerschen Buchhandlung.

Inhalts-Verzeichniß
zum vierten Theile des Rechenbuches.

Rechnungen, die der VI. Stufe noch eingereiht werden können.

Seite.

VII. Stufe.

Rechnungen, die der VI. Stufe noch eingereiht werden können.

---

1. Gewinn- und Verlust-Rechnung.

Wer eine Waare kauft und wieder verkauft, der nimmt dafür entweder mehr oder weniger ein, als was dieselbe mit allen Spesen ihn gekostet hat. Nimmt man nun beim Verkaufe einer Waare mehr ein, als was man für sie mit allen Unkosten ausgegeben hat, so nennt man diese Mehreinnahme Gewinn; wird aber weniger dafür eingenommen, als was für dieselbe mit allen Unkosten ausgegeben wurde, so nennt man diese Mindereinnahme Verlust. Bei diesen Rechnungen ist entweder vom Gewinn und Verlust überhaupt, oder vom Gewinn und Verlust nach Procenten die Rede. Es wird aber nicht immer in diesen Aufgaben nach dem Gewinn oder Verlust gefragt, sondern oft auch nach dem Einkaufspreise, oft nach dem Verkaufspreise; ja es kann auch nach der Quantität der Waare, aus welcher der Gewinn oder Verlust sich ergab, gefragt werden.

---

1. Berechnung des Gewinnes und Verlustes überhaupt.

Kopfrechnen.

a) Aufsuchung des Gewinnes oder des Verlustes.

Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 200 Meter Band, das *m.* zu 12 kr. und verkaufte das *m.* zu 15 kr. a) Was mußte er für diese Bänder zahlen? b) Was nahm er ein? c) Wie viel gewann er?

Berechnung: a) 12 kr. = 2 Sechser. 200 *m.* zu 1 Sechser = = 20 fl.; 200 *m.* zu 2 Sechser 2 × 20 = 40 fl.; 40 fl. mußte er dafür zahlen. b) 15 kr. = $^1/_4$ fl.; 200 *m.* à $^1/_4$ fl. = = $^{200}/_4$ = 50 fl. nahm er ein. c) Von der Einnahme von 50 fl. die 40 fl. Ausgabe weg, bleiben noch 10 fl. Gewinn.

1) Ein Kaufmann kaufte 40 Dtzd. Bleistifte, das Dutzend zu 18 kr., und verkaufte sie einzeln, das Stück für 2 kr. a) Wie viel bezahlte er dafür? b) Wie viel nahm er dafür ein? c) Wie viel hatte er Gewinn?

2) Jemand kaufte 80 *m.* (Stab) Leinwand, das *m.* zu 36 *Kr.*, und verkaufte es wieder à $37\frac{1}{2}$ *Kr.* a) Wie viel kostete sie ihn? b) Wie viel nahm er ein? c) Wie viel gewann er?

3) Für 4 *HL.* Gerste zahlte man 24 *fl.* südd. W.; beim Wiederverkaufe erhielt man für das *HL.* aber nur 5 *fl.* 36 *Kr.* a) Was verlor man am *HL.*? b) Was am Ganzen?

4) Jemand kauft 40 Stück für 30 *fl.* und gibt das Stück um 54 *Kr.* a) Wie viel gewinnt er an 1 Stck.? b) Wie viel an den 40 Stck.?

5) Der Einkauf für den *Ctr.* Zucker beträgt $33\frac{1}{3}$ *fl.*; der Verkauf für das ℔ 24 *Kr.*; wie viel beträgt der ganze Gewinn?

---

b) Aufsuchung des Verkaufspreises.

1. Beispiel: Der *Ctr.* Caffee kostet 60 *fl.*; wie theuer muß das ℔ verkauft werden, wenn man an jedem ℔ 2 *Kr.* gewinnen will?

Berechnung: Wenn der *Ctr.* 60 *fl.* kostet, so kommt 1 ℔ auf den 100. Theil von 60 *fl.* = $^{60}/_{100}$ = $^{6}/_{10}$ *fl.* = 36 *Kr.* Wenn beim Verkaufe aber an jedem ℔ noch 2 *Kr.* gewonnen werden sollen, so muß es für 36 + 2 = 38 *Kr.* verkauft werden.

2. Beispiel: 10 Dtzd. Paar Kinder-Handschuhe kosteten 36 *fl.*; wie theuer wurde das Paar verkauft, wenn an jedem Paar 3 *Kr.* verloren wurde?

Berechnung: 10 Dtzd. = 120 Paare kosteten 36 fl., 1 Paar den 120. Theil von 36 *fl.* = $^{36}/_{120}$ = $^{1}/_{2}$ *fl.*; da aber an jedem Paare à 30 *Kr.* 3 *Kr.* verloren wurden, so wurde für das Paar nur 30 — 3 = 27 *Kr.* erlöst.

6) Ein Weinhändler kaufte 3 *HL.* (Faß) Wein, das *HL.* zu 32 *fl.*; wie viel nahm er beim Verkaufe dafür ein, da er am *HL.* 3 *fl.* gewann?

7) Das ℔ kostete im Einkaufe 15 *Kr.*; beim Verkauf wurde am *Ctr.* 3 *fl.* 20 *Kr.* sdd. W. verloren; wie theuer wurde das ℔ verkauft?

8) 20 Meter Tuch wurden beim Einkaufe mit 60 *fl.* sdd. W. bezahlt; wie theuer wurde das *m.* verkauft, wenn an jedem *m.* 36 *Kr.* gewonnen wurden?

---

c) Aufsuchung des Einkaufspreises.

1. Beispiel: Es verkauft Jemand 20 *HL.* (Faß) Wein für 500 *fl.* sdd. W.; er gewinnt hiebei 100 fl.; wie theuer hat er das *HL.* eingekauft?

Berechnung: Er nahm für den Wein 500 fl. ein, gab aber dafür 100 fl. weniger aus, also nur 400 fl.; wenn er nun für 20 *HL.* 400 fl. bezahlte, so kam 1 *HL.* auf den 20. Theil von 400 fl. = auf 20 fl.

2. Beispiel: Nehmen wir an, es wären an den für 500 fl. sdd. W. verkauften 20 *HL.* Wein 60 fl. verloren worden; auf wie hoch wäre dann das *HL.* beim Einkauf gekommen?

Berechnung: Nach diesem Beispiele nahm er beim Verkaufe für die 20 *HL.* Wein 500 fl. ein und hatte dabei einen Verlust von 60 fl.; die 20 *HL.* kosteten demnach beim Einkaufe 560 fl., 1 *HL.* daher den 20. Theil von 560 fl. = 28 fl. Einkauf.

9) Man lös't aus 4 Ctr. 240 Thlr. und hat dabei einen Gewinn von 40 Thlr.; wie hoch kommt da der Ctr. im Einkaufe?

10) Der Verkauf von 20 *m.* (Stab) Tuch betrug 75 fl. sdd. W., der Verlust für das *m.* 15 kr.; wie theuer wurden die 20 *m.* eingekauft?

11) Jemand mußte das ℔ einer Waare, die auf dem Lager schlechter geworden war, für 36 kr. abgeben, wobei er 4 kr. am ℔ verlor; wie hoch kam ihn beim Einkauf der Ctr. zu stehen?

Zifferrechnen.

a) Aufsuchung des Gewinnes und Verlustes überhaupt.

1. Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 625 Meter Band, je 3 *m.* für 57 kr., und verkauft sie wieder, je 3 *m.* zu 1 fl. 15 kr. Wie viel gewinnt oder verliert er an diesen 625 *m.*?

Die zu beantwortenden Fragen sind: 1) Wie viel kostete ihm 1 Meter? 2) Wie theuer verkaufte er 1 *m.*? 3) Was gewann er an 1 *m.*? 4) Was an den 625 Metern?

Berechnung nach dem Zweisatz:

1) kr. ? $\frac{57}{3} = 19$ kr. 2) kr. ? $\frac{75}{3} = 25$ kr.

3) 25 — 19 = 6 kr. gewann er an 1 Meter.

4) $\frac{6 \times 625}{\text{fl. à } \cancel{60}_{10} \text{ kr.}} = 62{,}5$ fl. = 62 fl. 30 kr. gewann er an den 625 Metern.

Berechnung auf kürzere Weise: Da 3 Meter um 75 kr. verkauft werden und nur für . . . . 57 „ eingekauft wurden, so werden an 3 *m.* gewonnen . . . 18 kr., an 1 *m.* aber nur der 3. Theil von 18 kr. = 6 kr. = $^1/_{10}$ fl. an 625 *m.* daher $^{625}/_{10}$ = 62,5 fl.

12) Ein Kaufmann erhält $15^3/_4$ Ctr. Waaren, den Ctr. für 32 fl. 30 kr., musste aber für jeden Ctr. noch 2 fl. 12 kr. Fracht zahlen. Wenn er nun das ℔ zu 25 kr. verkauft, was hat er daran gewonnen oder verloren?

13) 2400 ℔ zu $8^1/_3$ Thlr. pr. Ctr. und 1650 ℔ zu $10^1/_2$ Thlr. pr. Ctr. werden wieder verkauft, das ℔ zu $3^3/_4$ Sgr.; wie viel wird gewonnen, wenn die Unkosten $6^2/_3$ Thlr. betragen?

14) 8 ℔ einer Waare werden für 3 fl. 28 kr. sdd. W. eingekauft und 5 ℔ für 2 fl. 35 kr. verkauft; wie viel beträgt der Gewinn oder Verlust von 64 ℔?

15) Ein Kaufmann bezieht 1) 7 Ballen Baumwolle à 340 ℔, zu 61 fl. 40 kr. pr. Ctr. 2) 5 Rollen Tabak à 270 ℔, zu 15 fl. 48 kr. pr. Ctr. 3) 3 Stck. Tuch à 72 *m.*, zu 2 fl. 27 kr. pr. *m.* 4) 5 Fässer Weingeist à 76 fl. 48 kr. Beim Verkaufe nimmt er ein: für das ℔ Baumwolle 46 kr., für das ℔ Tabak 22 kr. für das *m.* Tuch 2 fl. 54 kr., für 1 Fass Weingeist 83 fl. 45 kr. a) Was gewinnt er an jedem einzelnen Bezuge? b) Wie viel zusammen?

---

b) Aufsuchung des Verkaufspreises.

1. Beispiel: Ein Kaufmann macht an 1620 ℔ Zucker, wovon er den Ctr. um 26 fl. 40 kr. ankaufte, einen Gewinn von 94 fl. 30 kr. sdd. W.; wie wurde 1 ℔ verkauft?

Berechnung: Die drei zu beantwortenden Fragen sind: 1) Wie theuer kaufte er die 1620 ℔? 2) Wie theuer verkaufte er sie? 3) Wie theuer kam das ℔ beim Verkaufe zu stehen?

1) $\frac{80 \times 1620}{3 \times 100} = 432$ fl.

2) $432 + 94^1/_2$ fl. $= 526$ fl. 30 kr. $= 31590$ kr.

3) $31590 : 1620 = 19^1/_2$ kr. kostete das ℔ beim Verkauf.

16) Ein Kaufmann kauft 38 Meter (Stab) Tuch um 161 fl. 30 Kr. und gewinnt an dem *m.* durch den Verkauf 1 fl. 50 Kr.; wie theuer hat er das *m.* verkauft?

17) Ein Kaufmann hat $583^1/_3$ Meter Tuch gekauft und zwar je 5 *m.* für 7 Thlr. Durch den Verkauf gewann er 100 Thlr.; wie theuer verkaufte er je 7 *m.*?

18) Jemand kauft 130 ℔ Waare, das ℔ zu 48 Kr. und möchte gern 69 fl. 20 Kr. gewinnen; wie muss er das ℔ wenigstens verkaufen?

19) Ein Wirth gewann an 5 *HL.* 88 *L.* Wein, den er pr. *HL.* mit 48 fl. 20 Kr. bezahlt hatte, 68 fl. 36 Kr.; wie schenkte er das Liter aus?

20) Jemand gewinnt an 448 Meter Tuch, das er mit 3 fl. 36 Kr. per Meter bezahlt hatte, und wobei ihm noch ausserdem die Fracht auf 22 fl. 24 Kr. gekommen war, 380 fl. 48 Kr. Wie hat er das Meter verkauft?

---

c) Aufsuchung des Einkaufspreises.

Beispiel: Ein Holzhändler verkaufte $318^1/_2$ Klafter weiches Holz, die Klafter zu $8^4/_5$ fl.; er gewann hierdurch im Ganzen $382^1/_5$ fl.; wie theuer kam ihm hiernach die Klafter im Ankauf zu stehen?

Berechnung: Die hier zu beantwortenden Fragen sind: 1) Wie theuer verkaufte er die $318^1/_2$ Klftr. Holz? 2) Wie viel kosteten sie ihn? 3) Wie theuer kam hiernach 1 Klftr. im Ankaufe zu stehen?

1) $318{,}5 \times 8{,}8 = 2802{,}8$ fl. lösete er aus dem Holz.

2) Es kostete ihm demnach $2802{,}8 - 382{,}2$ fl.
$= 2420{,}6$ fl.

3) Wenn 318,5 Klftr. im Ankauf 2420,6 fl. kosteten, so kostet 1 Klftr. den 318,5. Theil hievon.

$$
\begin{array}{l}
2420{,}6 : 318{,}5 = \\
\hline
24206 : 3185 = 7 \text{ fl. } 36 \text{ kr.} \\
22295 \\
\hline
1911 \\
\times\ 60 \\
\hline
114660 = 36 \text{ kr.} \\
9555 \\
\hline
19110 \\
19110 \\
\hline
\text{— —}
\end{array}
$$

21) Ein Kaufmann gewann an 720 ℔ Oel, das er à $21\frac{1}{2}$ kr. per ℔ verkaufte, im Ganzen 54 fl.; wie theuer kam ihm der Ctr. beim Einkauf?

22) Ein Händler verkaufte 262 *m.* (Stab) Zeug, das *m.* zu 34 kr.; verlor aber im Ganzen 15 fl. 17 kr.; was kostet ihm das *m.* beim Einkauf?

23) Ein Hopfenhändler verkaufte 24 Ctr. Hopfen, den Ctr. zu 47 Thlr. 15 Sgr. Wie theuer kam der Ctr. beim Einkauf, wenn er im Ganzen 150 Thlr. gewann?

24) Beim Verkaufe von 33 *m.* (Stab) Tuch wurden 118 fl. 48 kr. dafür eingenommen. Da aber an jedem *m.* 7 kr. verloren wurden, so fragt es sich, wie hoch das *m.* beim Einkauf kam?

---

2. Berechnung des Gewinnes und Verlustes nach Procenten.

Kopfrechnen.

a) Auffsuchung des Gewinnes und Verlustes an 100.

Beispiel: Jemand kauft 90 Meter (Stab) einer Waare um 54 fl., und hatte noch 6 fl. Fracht und andere Unkosten zu bezahlen. Wenn er nun das Meter um 50 kr. wieder verkauft: wie viel fl. gewinnt er an 100 fl. Einkauf?

Berechnung: Die 90 *m.* kosten ihn $54 + 6 = 60$ fl. Da er das Meter um 50 kr. $= \frac{5}{6}$ fl. verkauft, so löset er $90 \times \frac{5}{6}$ fl. $= \frac{450}{6} = 75$ fl. Da die Auslage 60 fl., der Erlös aber 75 fl. beträgt, so gewinnt er mit 60 fl. 15 fl., mit 1 fl. daher $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ fl., mit 100 fl. aber $100 \times \frac{1}{4} = \frac{100}{4} = 25$ fl.

Aus Obigem geht folgendes hervor: Wenn man berechnet hat, daß mit einer gewissen Summe eine andere gewisse Summe gewonnen oder verloren worden ist, so sieht man dann, wie viel mit 1 fl. oder 1 Thlr. ꝛc. gewonnen worden ist, und berechnet hierauf weiter, wie viel mit 100 fl., Thlr. ꝛc. gewonnen wird.

25) An 48 fl. Auslage betrug der Gewinn 6 fl.; wie viel an 100 fl. Auslage?

26) Einer hat mit 350 fl. Auslage 70 fl. gewonnen; wie viele Procente (%) beträgt dies?

27) Wie viel % beträgt der Gewinn, wenn an 800 fl. a) 60 fl., b) 70 fl. gewonnen werden?

28) Einem Kaufmann kam das Meter auf 15 kr. zu stehen; er verkaufte es aber für 21 kr.; wie viel % gewann er?

29) Ein Kaufmann zahlt für das ℔ Zucker 20 kr., und verkauft es wieder um 26 kr. Wie viel % gewinnt er?

30) Eine Partie Waaren kostet im Einkauf 900 fl. und wird für 963 fl. wieder verkauft; wie viel % beträgt der Gewinn?

31) Jemand verkaufte 15 Ctr. Caffee; er zahlte für den Ctr. 47 fl. 30 kr. und 2 fl. 30 kr. Fracht, und verkaufte das ℔ um 36 kr. a) Wie viel fl. gewinnt er überhaupt und b) wie viel fl. gewinnt er an 100 fl.?

---

b) Aufsuchung des Gewinnes und Verlustes an 100 der Zeit nach.

Beispiel: Einer hat mit 400 fl. Auslage in $\frac{1}{2}$ Jahre 25 fl. gewonnen; wie viel % in 1 Jahre (d. h. wie viel fl. gewinnt er an 100 fl. in 1 Jahre?)

Berechnung: Wenn er mit 400 fl. in $\frac{1}{2}$ J. 25 fl. gewann, so macht dies im ganzen Jahre von 400 fl. $2 \times 25 = 50$ fl., von 100 fl. aber den 4. Theil von 50 fl. $= 12\frac{1}{2}$ fl., daher $12\frac{1}{2}$ %.

32) Wie viel % beträgt der Gewinn in 1 Jahre, wenn in 3 Jahren an 900 fl. 180 fl. gewonnen werden?

33) Ein Kaufmann verkaufte in 4 Monaten 30 Ctr. Reiß; er zahlte für den Ctr. mit Fracht $16\frac{2}{3}$ fl. und verkaufte das ℔ um 12 kr.; a) wie viel kostete ihn der bezogene Reiß? b) wie viel nahm er dafür ein? c) wie viel gewann er in 4 Monaten? und d) wie viel in 1 Monat?

34) Ein Landkrämer zahlt für 6 Ctr. Zucker sammt allen Unkosten 180 fl. und verkauft ihn innerhalb 3 Monaten dem ℔ nach zu 24 kr.;

a) wie viel nahm er für diesen Zucker ein? b) wie viel hatte er an demselben Gewinn? c) wie viel an 100 fl. in 3 Monaten? d) wie viel an 100 fl. in 1 Jahre?

---

c) Aufsuchung des Verkaufspreises.

1. Beispiel: Ein Feld wurde für 900 Thlr. gekauft, aber mit 9 % Gewinn wieder verkauft; wie viel wurde daraus gelöst?

Berechnung: Der Gewinn von 100 Thlr. beträgt 9 Thlr, von 900 Thlrn. aber $9 \times 9 = 81$ Thlr. Es wurden daher 981 Thlr. daraus erlöst.

2. Beispiel: Das *HL.* Wein kostete im Einkauf 30 fl.; beim Verkauf wurden 6 % verloren; wie theuer wurde es verkauft?

Berechnung: Der Verlust betrug an 100 fl. 6 fl., an 1 fl. den 100. Theil von 6 fl. $= {}^{6}/_{100}$, an 30 fl. $30 \times {}^{6}/_{100} = {}^{180}/_{100}$ fl. $= 1,8$ fl. Beim Verkauf nahm er daher ein $30 - 1,8 = 28,2$ fl. $= 28$ fl. 12 Kr.

35) Das Buch Notenpapier kostete im Einkaufe 5 Ngr. sächs.; beim Verkaufe wurden 8 % gewonnen; wie theuer wurde das Buch verkauft?

36) Das *Kgr.* wurde mit 1 fl. 40 Kr. gekauft; beim Wiederverkauf ergab sich ein Verlust von 20 %; wie theuer wurde das *Kgr.* verkauft?

37) 1 *m.* (Stab) kostet im Einkaufe 20 Sgr.; wie theuer muß das *m.* bei 5 % Gewinn verkauft werden?

38) Man kaufte das Liter für 10 Kr. und verkaufte es mit 25 % Gewinn; wie theuer war das Liter?

---

d) Aufsuchung des Einkaufspreises.

1. Beispiel: A. verkaufte 1 *m.* Tuch für 3 Thlr.; was kostete dasselbe im Einkaufe, da er 20 % gewann?

Berechnung: Da A. 20 % gewann, so gab er für je 100 Thlr., die erlöst wurden, nur 80 Thlr. aus. Wenn er aber für je 100 Thlr. 80 ausgab, dann beträgt dies für 1 Thlr. den 100. Theil von $80 = {}^{80}/_{100} = {}^{8}/_{10}$ Thlr., für 3 Thlr. aber $3 \times {}^{8}/_{10} = {}^{24}/_{10} = 2$ Thlr. 12 Sgr.

2. Beispiel: Das *HL.* Wein wurde für 30 fl. verkauft; da aber hiebei 12 % verloren wurden, was betrug der Einkauf?

Berechnung: An 100 fl. wurden 12 fl. verloren, an 1 fl. daher $^{12}/_{100}$, an 30 fl. $30 \times {}^{12}/_{100} = {}^{360}/_{100}$ fl. = 3,6 fl.; der Einkauf betrug daher 3,6 fl. mehr, als 30 fl. = 33,6 fl. = 33 fl. 36 kr.

39) Eine Waare wurde mit 4 fl. verkauft; gewonnen wurden beim Verkaufe 25 %; was betrug der Einkauf?

40) Ein Getreidehändler mußte das *HL.* Korn für 8 fl. beim Verkaufe abgeben, verlor aber dabei 5 %; wie theuer kaufte er das *HL.* ein?

41) Was betrug der Einkauf für 1 *Kgr.* Indigo, da dasselbe für 6 fl. verkauft, aber beim Verkaufe 15 % gewonnen wurden?

Zifferrechnen.

a) Aufsuchung des Gewinnes und Verlustes an 100.

Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 448 ℔ einer Waare; er bezahlte das ℔ um 48 kr. und hatte noch für den Ctr. 2 fl. 30 kr. Fracht zu bezahlen. Wenn er nun das ℔ zu 57 kr. wieder verkaufte; wie viel % gewann er am Einkaufe? (d. h. wie viel fl. an 100 fl.?)

Berechnung;

1) Wie theuer kaufte er die 448 ℔?

$$448 \times {}^{4}/_{5} \text{ fl.} = {}^{1792}/_{5} = 358\,{}^{2}/_{5} \text{ fl.}$$

2) Wie viel bezahlte er Fracht für die 448 ℔?

$$\text{fl.?}\ \frac{5 \times 448}{2 \times 100} = 11\,{}^{1}/_{5} \text{ fl.}$$

3) Die Einkaufssumme betrug . . . . $358\,{}^{2}/_{5}$ fl.
die Fracht . . . . $11\,{}^{1}/_{5}$ fl.
die ganze Auslage . . . . $369\,{}^{3}/_{5}$ fl.

4) Er erlösete daraus 57×448 kr. = 25536 kr. = 425 fl. 36 kr.

5) Erlös . . . . . $425\,{}^{3}/_{5}$ fl.
Auslage . . . . . . $369\,{}^{3}/_{5}$ fl.
Gewinn an $369\,{}^{3}/_{5}$ fl. 56 fl.

6) Wenn an $369\,{}^{3}/_{5}$ fl. 56 fl. gewonnen werden, wie viel dann an 100 fl.? ($369\,{}^{3}/_{5} = {}^{1848}/_{5}$.)

$$\text{Gewinn fl.?}\ \frac{56 \times 100}{{}^{1848}/_{5}} = 15\,{}^{5}/_{33}\ \%.$$

42) Eine Partie Waare betrug im Einkaufspreise 2320 Mark; beim Wiederverkauf wurden aus ihr gelöst 2864 Mark; wie viel % sind daran verdient worden?

43) Ein Wirth kauft das *HL.* (Fass) Wein für 31 fl. 40 Kr. und schenkt das Liter (die Kanne) zu 28 Kr. aus; wie viel % gewinnt er?

44) Ein Handelsmann kauft 1442 *m.* Leinwand, je 3 *m.* für 1 fl. 54 Kr. und erhält immer an 100 *m.* 3 *m.* in den Kauf, so dass er also, wenn er 100 *m.* bezahlt, 103 *m.* bekommt. Er verkauft aber je 9 *m.* für 6 fl. 36 Kr. und muss 5 *m.* an 100 in den Kauf geben. a) Was gewinnt oder verliert er überhaupt? b) Was gewinnt er an 100 fl.?

45) Ein Getreidehändler verkauft 325 *HL.* Weizen à 14 fl. 15 Kr. pr. *HL.* Eingekauft hatte er ihn à 12 fl. 30 Kr. pr. *HL.* a) Wie viel gewinnt er im Ganzen? b) Wie viel % beträgt dies?

46) 110 ℔ einer Waare kosten im Einkaufe 30 fl. Man verkauft nun von dieser Waare jedes ℔ für 24 Kr. Wie viele % beträgt hiebei der Gewinn oder Verlust?

47) Einer kauft 1248 ℔ Seide, das ℔ zu 12 fl. 48 Kr. Durch das Austrocknen entsteht ein Gewichtsverlust von $3\frac{1}{2}$ %; die Unkosten betragen 37 fl. 14 Kr. Wie viele % verliert er, wenn er das ℔ für 11 fl. 22 Kr. verkauft?

48) Ein Weinwirth kaufte 32 *HL.* Wein, das *HL.* zu 32 fl. 30 Kr., und verkauft ihn wieder, das *L.* zu 24 Kr. a) Wie viel gewann er am Ganzen? b) Wie viel % beträgt dies?

---

b) Gewinn und Verlust an 100 der Zeit nach.

Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 24 Ctr. einer Waare um 1500 fl.; nach 8 Monaten verkaufte er die ganze Quantität, das ℔ zu 48 Kr.; wie viel % gewann er jährlich?

Berechnung:

1) 24 Ctr. = 2400 ℔ verkaufte er für 2400 × 0,8 fl. = $^{19200}/_{10}$ = 1920 fl.

2)
Verkaufssumme:	1920 fl.
Ankaufssumme:	1500 fl.
Gewinn in 8 Monaten	420 fl.

3) Wenn in 8 Monaten mit 1500 fl. 420 fl. gewonnen werden; wie viel werden mit 100 fl. gewonnen?

15 in 420 fl. = 28 fl. oder 28 %.

Da 100 fl. der 15. Theil von 1500 fl. ist, so beträgt der Gewinn an 100 fl. nur den 15. Theil von 420 fl. = 28 fl.

4) Wenn in 8 Monaten 28 % gewonnen werden, wie viele % werden dann in 1 Jahr oder 12 Monaten gewonnen?

$$\% ? \frac{28 \times 12}{8} = 42 \%.$$

Lösung durch Kopfrechnen: 12 Mon. sind noch halb so viel, als 8 Mon. Wenn nun in 8 Mon. 28 fl. gewonnen werden, so beträgt dies in 12 Mon. 28 fl. und $^{28}/_{2}$ fl. = 14 fl., 28 + 14 = 42 fl.

49) Es wurde eine Waare gekauft und nach 15 Monaten mit einem Gewinne von $12^1/_2$ jährlichen Procenten um 925 fl. losgeschlagen; wie theuer war die Waare im Ankaufe?

50) Jemand könnte 432 fl. zu 5 % auf eine Bank legen; er kauft aber dafür Zucker, den Ctr. zu 36 fl. Das Fuhrlohn für 4 Ctr. beträgt 10 fl. Nun verdirbt ihm aber 1 Ctr. Wenn er nun das ℔ für 27 Xr. verkauft, und $1^1/_2$ Jahre lang damit zubringt: a) Wie viel % gewinnt oder verliert er an seinem Handel? b) Wie viel % hatte er dadurch Verlust oder Gewinn, dass er das Geld nicht auf die Bank legte?

51) Ein Kaufmann kaufte eine gewisse Waare und zwar je 3 ℔ zu 2 fl.; wie viel ℔ kann er für 2 fl. auf 6 Monate Credit ablassen, wenn er jährlich 50 % gewinnen will?

52) N. kauft $5^1/_2$ Ctr. für 330 fl. und verkauft sie wieder in 8 Monaten und zwar immer 4 *Dgr.* (Nlth.) für 5 Xr. Wie viel gewinnt er an 100 fl. in 1 Jahre?

53) Jemand kauft 24 Ctr. von einer Waare. Nach $8^1/_2$ Monaten verkaufte er dieselbe wieder mit einem Gewinn von 15 jährlichen Procenten, nämlich um 1770 fl.; wie theuer hatte er den Ctr. gekauft?

---

c) Aufsuchung des Verkaufspreises.

Es wurde schon im dritten Theile dieses Rechenbuches bei der Procentrechnung angedeutet, dass die Procente nicht immer von oder für Hundert genommen werden dürfen, wenn die Berechnungen auf Richtigkeit Anspruch machen wollen.

Dies kommt insbesondere bei den Gewinn- und Verlustberechnungen öfters vor. Sind nämlich die Procente von dem Anlagecapital zu berechnen, so handelt es sich um Procente von oder für Hundert, wie dies in vielen Aufgaben der Fall ist.

Sollen sie aber von dem durch Gewinn vermehrten Capital berechnet werden, so entstehen Procente auf Hundert.

Werden sie von dem durch den Verlust verminderten Capital berechnet, so erhalten wir Procente im Hundert.

Wenn z B. 6 % oder 8 % gewonnen werden, so heisst das um die Procente vermehrte Capital 106 oder 108; (dies sind Procente auf 100), wenn aber 6 % oder 8 % verloren werden, so ist das um die Procente verminderte Capital 94 oder 92 (Procente im 100).

Es soll dies durch ein Beispiel deutlicher gemacht werden:

Beispiel: Eine Waare wurde für 175 Thlr. eingekauft; beim Verkaufe wurden 4 % a) gewonnen oder b) verloren; was beträgt a) der Gewinn, b) der Verlust?

Berechnung: Da die 175 Thlr. das reine Capital sind, so kann auch hier nur von Procenten vom Hundert die Rede sein.

Thlr.? $\frac{4 \times 175}{100} = 7$ Thlr. — 100 Thlr. werfen 4 Thlr. ab, 1 Thlr. daher den 100. Theil von 4 Thlrn. = $^4/_{100}$ Thlr., 175 Thlr., werfen 175mal $^4/_{100}$ Thlr. ab.

Nach dieser Berechnung erhält man a) durch den Gewinn ein Capital von 175 + 7 = **182** Thlr., b) durch den Verlust ein Capital von 175 — 7 = **168** Thlr.

Nun berechnen wir:

Eine Waare wurde mit Einschluss von 4 % Gewinn um obige 182 Thlr. verkauft; wie viel beträgt der Gewinn? (Die 182 Thlr. sind der Betrag für den Einkauf und den Gewinn; es handelt sich somit um 4 % auf Hundert. Mit diesen Procenten erhalten wir daher ein Cap. von 100 + 4 = 104 Thlr., daher der Ansatz:

Thlr.? $\frac{4 \times 182}{104} = 7$ Thlr. — 104 Thlr. Einnahme ergaben 4 Thlr. Gewinn, 1 Thlr. den 104. Theil von 4 Thlrn., 182 Thlr. aber 182mal so viel.

Berechnen wir nun weiter:

Eine Waare wurde, da beim Verkaufe 4 % verloren wurden, für 168 Thlr. abgegeben; wie viel beträgt der Verlust?

Da in 100 Thlrn. die 4 % schon enthalten sind, so handelt es sich hier um Procente im Hundert. Die Procente sind also hier von 100 — 4 = 96 Thlrn. genommen, daher Ansatz:

Thlr.? $\frac{4 \times 168}{96} = 7$ Thlr. — An 96 Thlrn. wurden 4 Thlr. verloren, an 1 Thlr. der 96 Theil von 4 Thlrn. = $^4/_{96}$ Thlr., an 168 Thlrn. aber 168mal so viel.

Das bisher Gesagte soll jetzt hier auf die Berechnung des Verkaufspreises angewendet werden; später dann auch auf die Berechnung des Einkaufspreises.

1. Beispiel: Wie ist eine Waare, die mit 175 Thlrn. eingekauft wurde, mit 4 % zu verkaufen?

Hier ist das reine Capital des Einkaufs angegeben.

$$\frac{104 \times 175}{100} = 182 \text{ Thlr.}$$

100 Thlr. wachsen durch die 4 % Gewinn auf 104 Thlr. an. Wenn sich nun für 100 Thlr. mit dem Gewinne 104 Thlr. ergeben, dann ergibt sich für 1 Thlr. der 100. Theil von 104 Thlrn., für 175 Thlr. aber 175mal so viel.

2. Beispiel: Wie theuer ist eine Waare, die im Einkaufe 175 Thlr. kostete, verkauft worden, da 4 % daran verloren wurden?

Hier ist das um die Procente verminderte Capital zu suchen; es wird hier sonach beim Verkaufe nur 100 — 4 = 96 Thlr. eingenommen; daher der Ansatz:

$$\frac{96 \times 185}{100} = 168 \text{ Thlr.}$$

Für 100 Thlr. Ausgabe nahm man nur 96 Thlr. ein, für 1 Thlr. Ausgabe daher nur den 100. Theil von 96 = $^{96}/_{100}$, für 175 Thlr. 175mal so viel.

54) Wie theuer wurde bei einem Gewinne von $23^{13}/_{29}$ % eine Partie Waare verkauft, welche im Einkaufe 2320 Banko Mark kostete?

55) Eine Waare, welche im Einkaufe 325 Thlr. kostete, wurde mit 8% Verlust verkauft; wie viel betrug der Verkauf?

(Für je 100 Thlr. wurde nur 100 — 8 = 92 beim Verkauf eingenommen.)

56) Das *m.* Mousselin wurde für $12^1/_2$ Sgr. eingekauft; wie theuer muss es verkauft werden, wenn 20% gewonnen werden sollen?

57) Der Einkauf einer Waare betrug 81 fl. österr. W., der Verlust 4%; wie theuer wurde sie verkauft?

58) Der Einkauf betrug für eine Waare 73 fl. 48 Kr. sdd. W.; beim Verkaufe wurden 12% verloren; wie viel wurde gelöst?

59) Wie theuer wird in Berlin der Ctr. einer Waare bei 15% Gewinn verkauft, wenn das Pfd. im Ankauf auf 18 Sgr. kommt?

60) Eine Waare kostete im Einkaufe 64 fl. sdd. W.; beim Verkaufe wurden 5% verloren; wie viel betrug die Verkaufssumme?

d) Aufsuchung des Einkaufspreises.

Wie schon bei der Aufsuchung des Verkaufspreises bemerkt wurde, können auch bei der Berechnung des Einkaufs die Procente nicht immer vom oder für Hundert genommen, sondern es müssen öfters, wenn die Berechnungen richtig werden sollen, die Procente im Hundert oder auf Hundert angewendet werden.

Beispiele werden auch dies hier deutlich machen.

1. Beispiel: Eine Waare wurde mit Einschlus von 4% Gewinn für 182 Thlr. verkauft; was betrug der Einkauf?

Berechnung: Beim Verkaufe sind 4% Gewinn, so dass bei 104 Thlr. Verkauf 100 Thlr. für den Einkauf verwendet werden mussten, daher Ansatz:

$$\text{Thlr. ? } \frac{100 \times 182}{104} = 175 \text{ Thlr.}$$

Zu 104 Thlr. Verkauf war 100 Thlr. Einkauf nöthig, daher zu 1 Thlr. Verkauf der 104. Theil von 100 Thlr. $= {}^{100}/_{104}$ Thlr.; zu 182 Thlr. Verkauf sonach $182 \times {}^{100}/_{104}$ Thlr.

2. Beispiel: Eine Waare wurde, da beim Verkaufe 4% verloren wurden, für 168 Thlr. abgegeben; wie theuer wurde sie eingekauft?

Berechnung:

Für 100 Thlr. Ausgabe wurden beim Verkaufe nur $100 - 4 = 96$ Thlr. eingenommen; daher schliesst man: Bei 96 Thlr. Verkauf 100 Thlr. Einkauf, bei 1 Thlr. Verkauf der 96. Theil von 100 Thlr. $= {}^{100}/_{96}$ Thlr. Einkauf, bei 168 Thlr. Verkauf 168 mal ${}^{100}/_{96}$ Thlr.

$$\text{Thlr. ? } \frac{100 \times 168}{96} = 175 \text{ Thlr.}$$

61) Der Verkauf für eine Waare betrug in Paris 2340 Frcs., der Gewinn 8%; wie viel betrug der Einkauf?

62) Eine Waare wurde in Bremen bei einem Gewinne von $12^1/_2$% um 150 Louisd'orthlr. verkauft; was betrug der Einkauf?

63) Bei 6% Verlust ist der Verkaufspreis 14,1 Thlr.; welches ist der Einkaufspreis?

64) Der Verkaufspreis bei 6% Gewinn ist 15,9 Thlr.; wie viel kostet die Waare im Einkaufe?

65) Jemand verkauft 1 ℔ Waare für 21 Ngr. und verliert daran 16%. Wie theuer war das ℔ im Einkaufe?

66) *B.* verkauft das ℔ Caffee zu 42 kr. sdd. W. und verliert daran 4%. Wie hoch kommt ihm das ℔ im Einkaufe?

Jn der Gewinn- und Verlustrechnung können zuweilen noch andere Fälle vorkommen, und es soll hier auch noch kurz das Verfahren beim Berechnen solcher Fälle gezeigt werden. Es kann z. B. 1) aus dem Gewinne oder Verluste auf die Quantität der Waaren geschlossen werden, ferner 2) es können beim Verkaufe Procente verloren worden sein, wogegen jetzt ein Gewinn erzielt werden soll; 3) es können bisher zwar gewisse Procente gewonnen worden sein, wogegen jetzt höhere Procente erzielt werden sollen; 4) es können in Gewinn- und Verlustrechnungen auch verschiedene Münzen, Maasse und Gewichte vorkommen.

1. Beispiel: Das *Kgr.* einer Waare kostete im Einkaufe 3 fl. österr. W.; beim Verkaufe wurden 12% gewonnen; der Gewinn betrug im Ganzen 42 fl. österr. W.; wie viel *Kgr.* wurden verkauft?

Berechnung: Da 12% gewonnen wurden, so betrug für 100 fl. Ausgabe die Einnahme 112 fl. Nun zuerst die Frage: Wie viel betrug die Einnahme für 3 fl. Ausgabe für 1 *Kgr.*

fl. ? $\frac{112 \times 3}{100} = 3{,}36$ fl. — 3,36 fl. betrug der Verkauf für 1 *Kgr.*; es wurde sonach an 1 *Kgr.* $^{36}/_{100}$ fl. = 36 Nkr. gewonnen?

Nun kommen wir zur zweiten Frage:

Wenn zum Gewinn von 36 Nkr. österr. W. 1 *Kgr.* nöthig ist, wie viel *Kgr.* sind dann zum Gewinne von 42 fl. = 4200 Nkr. nöthig?

Antwort: Der 36. Theil von 4200.

4200 : 36 = 116$^2/_3$ *Kgr.* wurden verkauft.

```
4200 : 36
36
──
 60
 36
 ───
 240
 216 12
 ───
  24 | 2
 ───
  36 | 3
```

2. Beispiel: Das *HL.* (Fass) Wein wurde im Einkaufe mit 35 fl. sdd. W. bezahlt; beim Verkaufe nahm man für das *L.* (die Kanne) 24 Xr. sdd. W. ein und gewann an dem verkauften Wein 75 fl. sdd. W.; wie viel wurde verkauft?

Berechnung: Das *L.* Wein wurde um 24 kr. $= {}^{4}/_{10}$ fl. verkauft, 100 *L.* oder 1 *HL.* um $100 \times {}^{4}/_{10} = {}^{400}/_{10} = 40$ fl. Da aber nur 35 fl. dafür ausgegeben worden sind, so beträgt der Gewinn am *HL.* $40 - 35 = 5$ fl. Wenn nun zur Erzielung eines Gewinnes von 5 fl. 1 *HL.* Wein nöthig ist, so ist zur Erzielung von 75 fl. Gewinn so oft 1 *HL.* nöthig, als 5 in 75 enthalten sind.

$75 : 5 = 15$ *HL.* Wein wurden verkauft.

3. Beispiel: Beim Verkaufe einer Waare um 34 Mark Banco wurden 6% verloren; wie theuer muss diese Waare gegeben werden, wenn 8% daran gewonnen werden sollen?

Berechnung: Bei 6% Verlust betrug die Einnahme für 100 Mark Banco nur 94, bei 8% Gewinn aber 108 Bc. Mk. Es soll nun statt 94 Mk. Bc. 108 eingenommen werden, daher statt 1 Mk. Bc. der 94. Theil von $108 = {}^{108}/_{94}$ Mk. Bc., für 34 Mk. Bc. aber 34 mal so viel.

$$\text{Mk. Bc. ? } \frac{108 \times 34}{94} = 39 \text{ Mk. Bc. } 1^{1}/_{47} \text{ Schill.}$$

4. Beispiel: Bei dem Verkaufe einer Waare um 27 fl. sdd. W. werden 6% gewonnen; wie theuer muss sie gegeben werden, wenn 10% Gewinn erzielt werden soll?

Berechnung: Bei 6% Gewinn wurde für 100 fl. Ausgabe 106 fl. eingenommen, bei 10% Gewinn soll aber für 100 fl. Ausgabe 110 fl. eingenommen werden. Wenn nun jetzt statt 106 fl. 110 fl. eingenommen werden sollen, so soll statt 1 fl. der 106. Theil von 110 fl. $= {}^{110}/_{106}$ fl. eingenommen werden. für 27 fl. aber 27 mal so viel, daher der Ansatz:

$$\text{fl. ? } \frac{110 \times 27}{106} = 28^{1}/_{53} \text{ fl.} = 28 \text{ fl. } 1^{7}/_{53} \text{ kr. sdd. W.}$$

5. Beispiel: 1 ℔ kostet in Wien 40 Nkr.; die Unkosten betragen 10%; für 150 fl. österr. W. in Wien rechnet man 80 Thlr. in Leipzig; 100 ℔ in Wien $=$ 112 ℔ in Leipzig. Wie theuer ist an letzterem Platze 1 ℔ zu verkaufen, wenn 8% gewonnen werden sollen?

Berechnung: Wenn diese Aufgabe nach der Proportionsrechnung oder nach dem Zweisatze gelöst werden soll, so sind mehrere Ansätze nöthig; nach der Kettenregel kann dies aber

in einem Ansatz geschehen; daher soll diese hier Anwendung finden.

Ngr?	1 ℔ in Leipzig
Leipzig ℔ 112	100 ℔ in Wien
Wien ℔ 1	40 Nkr. österr. W.
Nkr. 100	1 fl. österr. W.
Waare fl. 100	110 fl. m. d. Unk.
österr. fl. 150	80 Thlr. in Leipz.
Ausgabe Thlr. 100	108 Thlr. m. Gew.
Thlr. 1	30 Ngr.

= 6 Ngr. $7^{31}/_{35}$ Pfg. sächsisch.

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Ngr. kostet 1 ℔. in Leipzig, wenn 112 ℔. in Leipzig = 100 ℔. in Wien, 1 ℔. in Wien aber 40 Nkr. kostet, 100 Nkr. = 1 fl. österr., für 100 fl. Waare 110 fl. mit Einrechnung der Unkosten gezahlt werden müssen, 150 fl. in Wien = 80 Thlr. in Leipzig, für 100 Thlr. Ausgabe 108 Thlr. mit Gewinn eingenommen werden sollen und 1 Thlr. = 30 Ngr.?

II. Discontrechnung.

Discont und Zins ist durchaus nicht gleichbedeutend; zwischen beiden Begriffen findet ein wesentlicher Unterschied statt; denn der Zins wird erst nach gemachtem Gebrauche eines Capitals bezahlt; der Discont wird aber sogleich beim Kaufe eines noch nicht fälligen Wechsels oder überhaupt bei früherer Zahlung einer erst später fälligen Summe abgezogen. Dieser letztere Abzug wird auch öfters mit dem Namen Rabatt belegt.

Wie bei der Zinsrechnung, eben so kann man bei der Discontrechnung fragen, entweder

1) nach dem Discont, oder
2) nach dem Capital, oder
3) nach dem um den Discont verminderten Capital, oder
4) nach dem Discont- oder Zinsfuss, oder
5) nach der Zeit, auf wie lange das Capital zu laufen hat.

Oefters ist die Zeit, für welche der Discont abgezogen werden soll, bestimmt angegeben, z. B. für 48 Tage, für 3, 4 Monate, für 5, $2^1/_2$ Jahre etc.; öfters aber ist nur der Verfalltag und der Zahlungstag genannt, und hieraus muss dann die Zeitdauer, für welche der Discont abgezogen werden kann, berechnet werden. Da die Zahlung früher erfolgt, als die Summe fällig ist, so findet man die Zeitdauer, wenn man vom Zahlungstage bis zum Verfalltage rechnet.

Man nimmt bei der Discont-, so wie bei der Zinsrechnung des bequemen Rechnens wegen das Jahr gewöhnlich zu 360, den Monat zu 30 Tagen an und wendet auch die dort gezeigten Vortheile an.

Genau genommen sollte man den Discont jederzeit **auf** Hundert berechnen; man hat sich jedoch im Geschäftsleben an die Berechnung desselben **vom** Hundert gewöhnt, obgleich hierdurch der Empfänger des Geldes in Nachtheil kommt. Man wendet aber im Geschäftsleben die Berechnung **vom** Hundert desshalb an, 1) weil sie eine weit bequemere ist, und 2) weil der Unterschied zwischen den Resultaten der beiden Rechnungsarten, in so weit sie im Geschäftsleben vorkommen, gewöhnlich nicht bedeutend ist. Wir werden dies Letztere aus der Berechnung eines Beispiels erkennen.

Beispiel: Wie viel beträgt der Discont von einem Capital zu 1000 fl. in 30 Tagen a) zu 4% **vom** Hundert, b) zu 4% **auf** Hundert?

a) Vom Hundert:

Wenn ein Capital in 12 Monaten 4 fl. Discont trägt, dann in 1 Monat den 12. Theil von 4 fl. $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ fl.

$$\text{fl. ? } \frac{\frac{1}{3} \times 1000}{100} = 3\frac{1}{3} \text{ fl.}$$

Wenn 100 fl. in 1 Monate $\frac{1}{3}$ fl. abwerfen, so wirft 1 fl. den 100. Theil von $\frac{1}{3}$ fl. ab, 1000 fl. aber 1000mal so viel.

b) Auf Hundert:

$$\text{fl. ? } \frac{\frac{1}{3} \times 1000}{100\frac{1}{3}} = 3 \text{ fl. } 19\frac{1}{3} \text{ Xr. ca.}$$

Wenn $100\frac{1}{3}$ fl. Capital in 1 Monate $\frac{1}{3}$ fl. abwerfen, so wirft 1 fl. den $100\frac{1}{3}$. Theil von $\frac{1}{3}$ fl. ab, 1000 fl. aber 1000 mal so viel.

Wir sehen aus dieser Berechnung, dass eine sehr unbedeutende Differenz sich ergibt.

Dass jedoch dieser Unterschied bei ziemlich grossen Summen für grössere Zeiträume sehr erheblich sein kann, und dass eben desshalb für solche Fälle der Discont **auf** Hundert berechnet werden **muss**, wenn nicht der Empfänger des Geldes bedeutende Nachtheile erleiden soll, wird sich aus dem nun folgenden Beispiele ergeben.

Beispiel: Jemand hat in 4 Jahren für ein erkauftes Haus 8000 Thlr. zu zahlen; bei sofortiger Baarzahlung darf er 5% Discont in Abzug bringen. a) Wie viel betragen diese 5%, wenn sie **auf** Hundert? b) wie viel, wenn sie **vom** Hundert berechnet werden?

Berechnung:

a) Auf Hundert:

Thlr. ? $\frac{20 \times 8000}{120} = 1333\frac{1}{3}$ Thlr. Die Procente für 1 Jahr betragen 5%; für 4 Jahre aber $4 \times 5 = 20$. Bei den Procenten auf Hundert gehören zu 20% 120 Thlr. Capital. Wenn nun 120 Thlr. Capital 20 Thlr. abwerfen, dann wirft 1 Thlr. den 120. Theil von 20 Thlr. = $^{20}/_{120}$ Thlr. ab, 8000 Thlr. Capital aber 8000 mal so viel.

b) Vom Hundert:

Thlr. ? $\frac{20 \times 8000}{100} = 1600$ Thlr. 100 Thlr. Capital werfen 20 Thlr. ab, 1 Thlr. den 100. Theil von 20 Thlr. = $^{20}/_{100}$; 8000 Thlr. aber 8 mal so viel.

Bei 5% vom 100 würde dem Empfänger abgezogen 1600 Thlr.
„ „ auf 100 aber nur . . . . $1333\frac{1}{3}$ „

Würden die Procente vom Hundert berechnet, so würde er einen Verlust erleiden von. . . . . $266\frac{2}{3}$ Thlr.

Bei grösseren Summen, welche längere Zeit vor der Verfallzeit gezahlt werden, z. B. bei dem Kaufschilling von Grundstücken, bei Erbtheilszahlungen, die lange vor der Verfallszeit geschehen etc., muss der Discont auf Hundert berechnet werden, wesshalb im Nachstehenden Rechnungen mit Discont vom Hundert und mit Discont auf Hundert vorkommen sollen.

Kopfrechnen.

Im Kopfrechnen beschränken wir uns bloß auf Berechnung des Discont§.

Procente vom Hundert.

Beispiel: Wie viel Discont darf von 800 fl. à 5% abgezogen werden?

Berechnung: Zu 1% der 100. Theil von 800 fl. = 8 fl.; zu 5% aber 5 × 8 fl. = 40 fl.

1) Wie viel betragen 10% Discont von 7650 Thlr.?

2) Von 6400 Mark Banco dürfen 20% Discont in Abzug gebracht werden; wie viel Discont macht dies?

3) Wie viel betragen $12\frac{1}{2}$% Discont von 9600 Frks.?

4) Von 2400 Lvr. Sterl. dürfen $5\frac{1}{2}$% abgezogen werden; wie viel beträgt der Abzug?

Auch auf Monate und Tage läßt sich der Discont aus dem Kopfe mit Vortheil berechnen.

100 fl.	zu 6%	jährl.	in 1 Monat	$^6/_{12}$ fl.	= $^1/_2$ fl.,	in 1	Tag	1	Kr.
100 „	„ 3%	„	„ 1 „	$^3/_{12}$ „	= $^1/_4$ „	„ 1	„	$^1/_2$	„
100 „	„ 1%	„	„ 1 „	$^1/_{12}$ „	= 5 Kr.,	„ 1	„	$^1/_6$	„
100 „	„ 2%	„	„ 1 „	$^1/_6$ „	= 10 „	„ 1	„	$^1/_3$	„
100 „	„ 4%	„	„ 1 „	$^1/_3$ „	= 20 „	„ 1	„	$^2/_3$	„
100 „	„ 5%	„	„ 1 „	25 Kr.		„ 1	„	$^5/_6$	„

Beispiel: Wie viel Discont werfen 300 fl. zu 6% jährlich in 24 Tagen ab?

Berechnung: 100 fl. zu 6% in 1 Tage 1 Kr., 300 fl. daher 3 Kr., in 24 Tagen also $3 \times 24 = 72$ Kr. = 1 fl. 12 Kr.

5) 400 fl. Capital, wie viel werfen diese à 5% in 15 Tagen ab?

6) 4000 fl. südd. W., in 20 Tagen fällig, werden gegen Abzug von 6% sogleich bezahlt; wie viel beträgt dieser Abzug?

7) Wie viel beträgt der Discont zu 5% von 2000 Thlr., die in 24 Tagen fällig sind, aber sogleich bezahlt werden?

8) Wie viel Discont à 3% dürfen in 10 Tagen von 7000 Thlrn. abgezogen werden?

Procente auf Hundert.

Beispiel: Wie viel beträgt der Discont à 2% auf Hundert von 1020 fl.?

Berechnung: Bei Procenten auf Hundert rechnet man für je 102 fl. Capital 2%. So oft nun 102 in 1020 fl. enthalten sind, so viel mal 2% erhält man. 102 in 1020 = 10mal, daher $10 \times 2 = 20$ fl. Discont.

9) Wie viel Discont werfen 3090 fl. à 3% auf Hundert ab?

10) Wie viel beträgt der Discont von 7490 Thlr. à 7% auf Hundert?

11) Eine Rechnung beträgt 954 Mark Banko. Bei sofortiger Baarzahlung darf 6% auf Hundert abgezogen werden; a) wie viel beträgt der Discont? b) wie viel ist baar zu bezahlen?

Zifferrechnen.

1. Aufsuchung des Disconts.

Beispiel: Eine Summe von 3600 Frks. Capital ist am 28. April fällig und wird schon am 4. April mit 4% Discont gezahlt; wie viel beträgt der Discont?

Berechnung: Vom 4. — 28. April = 24 Tage. Vor Allem beantworten wir die Frage: Wie viel Discont geben 100 ℔ in 24 Tagen à 4%?

$$\% \; ? \; \frac{4 \times 24}{360} = {}^{4}/_{15}\%.$$

Jn 360 Tagen erhält man 4 Frks. Discont; in 1 Tag $^{4}/_{360}$ Frks.; in 24 Tagen aber 24mal so viel.

Nun folgt die Berechnung

a) auf Hundert:

$$\text{Frks. ?} \; \frac{{}^{4}/_{15} \times 3600}{100{}^{4}/_{15}} = 9\,{}^{27}/_{47} \text{ Frks.} = 9 \text{ Frks. } 57\tfrac{1}{2} \text{ Cent. ca.}$$

b) vom Hundert:

$$\text{Frks. ?} \; \frac{{}^{4}/_{15} \times 3600}{100} = 9{,}6 \text{ Frks.} = 9 \text{ Frks. } 60 \text{ Cent.}$$

---

2. Aufsuchung des Capitals.

a) Bei der Angabe der Procente auf Hundert.

Beispiel: Wie gross ist das Capital, welches nach Abzug des jährl. Disconts von 4% für 24 Tage $3590\,{}^{20}/_{47}$ Frks. übrig liess?

(Wenn man nämlich die obigen $9\,{}^{27}/_{47}$ Frks. Discont à 4% auf Hundert von 3600 Frks. Capital abzieht, so bleiben noch $3590\,{}^{20}/_{47}$ Frks.)

$$\text{Frks ?} \; \frac{100{}^{4}/_{15} \times 3590{}^{20}/_{47}}{100} = 3600 \text{ Frks.}$$

b) Bei der Angabe der Procente vom Hundert.

Beispiel: Wie gross ist das Capital, welches nach Abzug der 4% Discont für 24 Tage 3590,4 Frks. übrig liess?

(Die obigen 9,6 Frks. Discont von 3600 Frks. Capital abgezogen, bleiben 3590,4 Frks.)

$$\text{Frks. ?} \; \frac{100 \times 3590{,}4}{99{}^{11}/_{15}} = 3600 \text{ Frks.}$$

---

3. Aufsuchung des um die Procente verminderten Capitals.

Beispiel: Wie viel hat man für 3600 Frks, in 24 Tagen fällig, bei 4% Discont sogleich zu bezahlen?

a) Bei den Procenten auf Hundert:

$$\text{Frks. ?}\ \frac{100 \times 3600}{100^{4}/_{15}} = 3590^{20}/_{47}\ \text{Frks.}$$

b) Bei den Procenten vom Hundert:

$$\text{Frks. ?}\ \frac{99^{11}/_{15} \times 3600}{100} = 3590{,}4\ \text{Frks.}$$

Oder: 3600 Frks. Capital,
hievon ab 9,6 „ Discont, welche oben berechnet sind, = 3590,4 Frks.

---

4. Aufsuchung des Discontfusses.

a) Auf Hundert.

Wie viel Procent wurden berechnet, wenn man von 3600 Frks. auf 24 Tage $9^{27}/_{47}$ Frks. Discont abzog?

Capital 3600 Frks., davon ab
den Discont $9^{27}/_{47}$ „
$3590^{20}/_{47}$ Frks.

$$\%\ ?\ \frac{9^{27}/_{47} \times 360 \times 100}{3590^{20}/_{47} \times 24} = 4\%.$$

Bei Baarzahlung von $3590^{20}/_{47}$ Frks. ergab sich ein Abzug von $9^{27}/_{47}$ Frks. Discont, bei 1 Frk. der $3590^{20}/_{47}$. Theil von $9^{27}/_{47}$ Frks., bei einer Baarzahlung von 100 Frks., 100mal so viel, in 24 Tagen ergab sich ein Abzug von $9^{27}/_{47}$ Frks., in 1 Tag nur der 24. Theil von $9^{27}/_{47}$ Frks., in 360 Tagen, 360 mal so viel.

b) Vom Hundert.

Wie viel Procente wurden berechnet, wenn man für 3600 Frks. in 24 Tagen 9,6 Frcs. Discont abziehen konnte?

$$\frac{9{,}6 \times 360 \times 100}{3600 \times 24} = 4\%\ \text{vom Hundert.}$$

---

5. Aufsuchung der Zeit.

Für wie viel Tage wurde ein Capital von 3600 Frks. discontirt, wenn $9^{27}/_{47}$ Frks. Discont à 4% berechnet wurden?

Capital 3600 Frks.; hievon ab
Discont $9^{27}/_{47}$ Frks.
$3590^{20}/_{47}$ Frks.

a) Procente auf Hundert.

$$\text{Tg. ?}\ \frac{360 \times 100 \times 9^{27}/_{47}}{3590^{20}/_{47} \times 4} = 24 \text{ Tage.}$$

Wenn von 100 Frks. Capital in 360 Tagen ein gewisser Discont abgezogen werden darf, dann braucht 1 Frk. Capital zu diesem Discont 100 × 360 Tage, $3590^{20}/_{47}$ Frks. Capital brauchen aber nur den $3590^{20}/_{47}$. Theil hievon. Wenn bei 4 Frks. Abzug 360 Tage nöthig sind, dann sind bei 1 Frk. Abzug nur der 4 Theil von 360 Tagen, bei $9^{27}/_{47}$ Frks. Abzug aber $9^{27}/_{47}$mal so viel nöthig.

b) Procente vom Hundert.

Für wie viel Tage wurde ein Capital von 3600 Frks. discontirt, wenn 9,6 Frks. Discont à 4% berechnet wurden?

$$\text{Tg. ?}\ \frac{360 \times 100 \times 9{,}6}{3600 \times 4} = 24 \text{ Tage.}$$

---

12) Jemand bezahlte eine am 27. Juni fällige Summe von 236 fl. österr. W. am 3. Mai baar unter Abzug von 5% Discont vom Hundert; wie viel betrug a) der Discont, b) die Baarzahlung?

13) Von 2000 Dollar wurden 54 Tage vor Verfall 12 Dollar Discont gekürzt; zu welchem Discontfusse vom Hundert wurde der Discont berechnet?

14) 1280 Thlr. wurden 5 Monate vor der Verfallzeit baar mit 1256 Thlr. bezahlt. Wie viel % Discont vom 100 waren gerechnet?

15) Ein Landmann kaufte eine Wiese um 1150 fl., welche er nach 3 Jahren zu erlegen hat. Bei sofortiger Baarzahlung gestattet ihm der Verkäufer 5% Discontabzug auf Hundert. Wie viel hat der Käufer jetzt zu zahlen?

16) Jemand hat für ein verkauftes Haus nach 4 Jahren 3540 Thlr. zu fordern. Wenn er nun das Geld zu $4^1/_2$% Discont auf Hundert sogleich zu erhalten wünscht, wie viel muss ihm gezahlt werden?

17) Für eine in 20 Monaten fällige Forderung brauchte man, wenn man sogleich zahlte, nach Abzug von $4\frac{1}{2}$% Discont auf Hundert, die Summe von 980 fl. Wie viel betrug die Forderung?

18) Am 5. Mai wurde ein Wechsel von 1800 fl. österr. W. gekauft der am 30. Juli mit $5\frac{1}{2}$% Discont vom Hundert fällig ist; a) wie viel beträgt der Discont? b) welcher Betrag musste für den Wechsel gezahlt werden?

19) Ein Wechsel von 1775 fl. sdd. W., der in 2 Monaten 11 Tagen fällig wird, wurde unter Abzug von $7\frac{1}{2}$% Discont vom Hundert gekauft; was betrug a) der Discont? b) die Baarzahlung?

20) Jemand löst eine nach $2\frac{1}{2}$ Jahren zu bezahlende Schuld bei einem Discontabzug von 6% mit 6956 Frks. 52 Cent. ein; wie gross ist die ursprüngliche Geldsumme?

21) Ein Wechsel von 450 fl., den 1. October zahlbar, wurde den 1. August unter Abzug von 6% Discont vom Hundert gezahlt; wie viel betrug a) der Discont, b) die Baarzahlung?

22) Wie viel beträgt der Discont à 6% auf Hundert von 1627 fl. 30 Kr., die nach 1 Jahr 5 Monaten fällig sind, aber jetzt schon gezahlt werden?

23) Wie gross ist ein am 6. Juni fälliger Wechsel, der am 15. April nach Abzug von 10 fl. 71 Nkr. österr. W. Discont à $4\frac{1}{2}$% vom Hundert bezahlt wird?

24) Von welchem nach $2\frac{1}{2}$ Jahren fälligen Capitale wurden 85 Thlr. 18 Sgr. Discont à 4% auf Hundert berechnet?

25) Auf wie viel lautet ein am 23. Mai fälliger Wechsel, der am 8. März mit 2677 fl. 30 Kr. südd. W. à 4% vom Hundert discontirt wird?

III. Rabattrechnung.

In der Einleitung zur Discontrechnung wurde gesagt, daß man den Abzug, welchen man an einer Waarenrechnung bei früherer, als festgesetzter Zahlungszeit macht, nicht bloß Discont, sondern auch Sconto oder Rabatt nennt. In diesem Sinne ist das Wort Rabatt hier nicht genommen. Unter dem Rabatt im eigentlichen Sinne des Worts versteht man einen Ab-

zug, den ein Großhändler dem Kleinhändler auch bei festgesetzter späterer Zahlung einer bezogenen Waare als Vortheil gestattet. Der gewährte Vortheil ist aber nur ein scheinbarer; denn der Verkäufer schlug ihn vorher zum Betrage, um ihn alsdann, ohne sich selbst zu schaden, bewilligen zu können. — Der Rabatt wird nach Procenten meistens vom Hundert, doch auch auf Hundert gerechnet, das Letztere ist z. B. in Hamburg für Zucker, in Leipzig auf den Messen in Manufacturwaaren, also bei Meßzahlungen der Fall.

Eine hervorragende Rolle spielt der Rabatt im Buch- und Musikalienhandel, da der Verleger den Sortimentshändlern 25, $33^1/_3$, oft auch noch mehr Procente bewilligt.

Kopfrechnen.

Beispiel: Ein Geschäftsmann erhält für 600 fl. Waaren; es ist ihm ein Rabatt von 3 % vom Hundert bewilligt; a) wie viel beträgt der Rabatt, b) wie viel die baare Zahlung?

Berechnung:

a) 600 fl. betragen zu 1 % 6 fl. Rabatt, zu 3 % 3 × 6 = 18 fl. Rabatt.

b) Von den 600 fl. den Rabatt von
18 fl. abgezogen, bleibt noch zu bezahlen
582 fl.

1) Eine Buchhändlerrechnung beträgt 220 fl. s. W.; wie viel ist hiefür zu zahlen, wenn 10 % Rabatt gestattet sind?

2) Jemand erhält für 750 Thlr. Waaren; er darf 4 % Rabatt vom Hundert in Abzug bringen; wie viel hat er baar zu bezahlen?

3) Die erhaltenen Waaren von Hamburg betragen 800 Bankomark; wie viel muß bei 4 % bewilligtem Rabatt hiefür baar gezahlt werden?

4) Auf der Leipziger Ostermesse wurde von einem Tuchhändler für 4400 Thlr. Tuch gekauft; wie viel betrug die Meßzahlung bei einem bewilligten Rabatt von 10 % auf Hundert?

Zifferrechnen.

1. Beispiel: Eine Waarensendung kostet 750 fl. südd. W.; es sind 3 % Rabatt vom Hundert bewilligt; a) wie viel beträgt der Rabatt? b) wie viel die Baarzahlung?

Berechnung:

a) Von 750 fl. beträgt der Rabatt zu 1 % $7\frac{1}{2}$ fl., zu 3 % $3 \times 7 = 21$ fl. und $3 \times \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$, zusammen $22\frac{1}{2}$ fl.

b) Von den 750 fl. den Rabatt zu $22\frac{1}{2}$ fl. abgezogen, bleibt zu bezahlen $727\frac{1}{2}$ fl.

2. Beispiel: Eine Waarensendung Zucker von Hamburg kostete 3500 Bancomark; wie viel musste hiefür baar bezahlt werden, da 6 % Rabatt auf Hundert abgezogen werden durfte?

Berechnung:

Mk. Bko. ? $\frac{100 \times 3500}{106} = 3301$ Bcmk. 14 Schllg. $2\frac{1}{4}$ pfg. ca.

5) Wie viel ist zu bezahlen, wenn von 1552 Thlr. sächs. 3 % Rabatt auf Hundert abgezogen werden dürfen?

6) Ein Sortimentsbuchhändler hat einem Verlagsbuchhändler eine Rechnung im Betrage von 456 Thlr. 20 Sgr. mit $33\frac{1}{3}$ % Rabatt vom Hundert zu bezahlen; wie viel beträgt die Zahlung?

7) Wie viel muss für eine Sendung rohen Zuckers, die mit 2504 Mark Banco berechnet ist, bei $8\frac{2}{3}$ % Rabatt auf Hundert gezahlt werden?

8) Für eine Waare wurde statt der berechneten 2700 fl. wegen des bewilligten Rabatts nur 2637 fl. bezahlt; wie viel % betrug der Rabatt?

9) Jn Leipzig sind bei 1076 Thlr. Messzahlung $12\frac{1}{2}$ % Rabatt in Abzug zu bringen; wie viel beträgt die Zahlung?

10) Wenn man statt 962 fl. nur 865 fl. 48 Kr. bezahlte; wie viel Procente vom Hundert betrug der Rabatt?

11) Eine Rechnung von 2011 Thlr. 17 Ngr. Messzahlung wird mit 1764 Thlr. 16 Ngr. bezahlt; wie viel % Rabatt sind gerechnet?

12) Wie viel % Rabatt vom Hundert betrug es, wenn 1266 Thlr. 20 Ngr. mit 38 Thlrn. rabattirt wurden?

13) Wie viel beträgt der Rabatt von 1164 fl. 28 Kr. südd. Währung à $7\frac{1}{2}$ % vom Hundert?

14) Von welchem Capitale wurden 48 Thlr. 27 Sgr. à 6 % Rabatt auf Hundert abgezogen?

15) Jemand erhielt von Lyon eine Rechnung von 1920 Frks. 72 Cent. für erhaltene Waaren. Da ihm ein Rabatt von 5 % vom Hundert gestattet ist; wie viel muss er bezahlen?

16) Bei einer Baarzahlung durften $8\frac{1}{3}$ % vom Hundert abgezogen werden. Der Abzug betrug 164 fl. 18 kr. südd. Währ. Was betrug die Summe, von welcher dieser Rabatt abgezogen werden durfte?

IV. Tara= und Gutgewicht=Rechnung.

Die zur Versendung bestimmten Waaren müssen in der Regel verpackt, d. h. mit einer entsprechenden Umhüllung versehen werden, damit sie nicht Schaden leiden. Zur Packumhüllung (auch Emballage genannt) hat man Fässer, Kisten, Gefäße, Bastmatten, Säcke, Packleinwand, Pappdeckel, Papier u. s. w. Das Gewicht dieser Packumhüllung nennt man die Tara (Tra.), das Gewicht der Waare selbst ohne Packhülle heißt das Netto (Ntto.), das Gewicht der Waare mit der Emballage oder Packhülle aber Sporco oder Brutto (Btto.).

Das Gewicht der Verpackung wird entweder bei jedem Umsatze wirklich ermittelt und dann nennt man es reine Tara, oder es gibt, wie z. B. für die meisten Colonialwaaren eine durch den Gebrauch bestimmte Tara (Uso=Tara).

Durch die Tararechnung wird entweder das Brutto, oder das Netto, oder die Tara gesucht. Ist in der Aufgabe das Brutto= und Nettogewicht angegeben, so findet sich die Tara, wenn man das Netto= vom Bruttogewicht abzieht. Zieht man das Tara= vom Bruttogewicht ab, so zeigt der Rest das Netto an. Wird das Netto- und Taragewicht zusammengezählt, so ist die gefundene Summa das Bruttogewicht.

Zuweilen wird auch eine Kleinigkeit ($\frac{1}{2}$ %, 1 %) vergütet für den Abgang während des Transports, für's Eintrocknen ꝛc. während des Lagerns, für Ungenauigkeit im Wiegen oder auch für kleines Uebergewicht, welches der Kleinhändler beim Verkaufe zu geben genöthigt ist, welche Vergütung man Gutgewicht nennt. Diese Gutgewichtvergütung muß auch mit in Rechnung gebracht werden. Das Gutgewicht wird gewöhnlich nach Abzug der Tara, d. h. vom Nettogewicht, berechnet; Hamburg macht aber hievon eine Ausnahme, indem man dort nämlich das Gutgewicht vom Bruttogewicht rechnet. Bei der Berechnung der Tara und des Gutgewichts rechnet man unter $\frac{1}{2}$ tt. für nichts; $\frac{1}{2}$ tt. und über $\frac{1}{2}$ tt. für 1 tt.

Das Gewicht der Tara ist zuweilen überhaupt angegeben, oft auch nach Procenten. Die Procente können entweder auf oder von dem Ctr. berechnet werden. 8 tt. auf den Ctr. heißt so viel, als 108 tt. Brutto

machen 100 *Ü.* Netto, 8 *Ü.* Tara von dem *Ctr.* heißt: 100 *Ü.* Brutto machen 92 *Ü.* Netto. Gewöhnlich wird die Tara vom Hundert berechnet, es wird daher in den Aufgaben besonders bemerkt, wenn sie auf Hundert gerechnet werden soll.

Kopfrechnen.

a) Berechnung der Tara überhaupt.

Beispiel: 2 Sack Caffee wiegen *Btto.* 200 ℔, die *Tra.* per Sack beträgt 6 ℔; das ℔ *Ntto.* kostet 30 *Xr.*; wie hoch stellt sich der ganze Betrag?

Berechnung: Die *Tra.* für 1 Sack beträgt 6 ℔, für die 2 Säcke also 12 ℔; diese 12 ℔ von 200 ℔ *Btto.* ab, bleiben noch 188 ℔ *Ntto.* 1 ℔ zu $1/2$ *fl.* machen 188 ℔ $188/2$ *fl.* = 94 *fl.*

1) Ein Kaufmann erhält 1 Faß Reiß, das 165 ℔ wiegt; die *Tra.* beträgt 15 ℔; a) wie viel beträgt das Nettogewicht, und b) wie viel ist der Betrag des Reißes, wenn der *Ctr.* *Ntto.* 15 *fl.* 24 *Xr.* kostet?

2) Wie hoch kommen 844 ℔ *Btto.* zu stehen, wenn die *Tra.* 19 ℔ beträgt und der *Ctr.* *Ntto.* 20 Mark Bco. kostet?

3) Ein Faß Tabak wiegt 11 *Ctr.* *Btto.*; davon gehen 25 ℔ *Tra.* ab; wie viel beträgt die Bezahlung des Tabaks, da der *Ctr.* zu 100 ℔ mit 44 Thlr. preuß. bezahlt wird?

4) Für 1 Tonne Honig, welche Sporco 4 *Ctr.* 50 ℔ wiegt, wird 30 ℔ *Tra.* gerechn t. Wenn nun das ℔ *Ntto.* 10 Sgr. gilt, wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

---

b) Berechnung der Tara vom Hundert.

Beispiel: Eine Kiste Waare wiegt 2 *Ctr.* *Btto.* Von einem *Ctr.* werden $12\frac{1}{2}$ ℔ *Tra.* abgezogen. Wenn nun der *Ctr.* *Ntto.* 48 Thlr. kostet, wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

Berechnung: Wenn von 1 *Ctr.* $12\frac{1}{2}$ ℔, so werden von 2 *Ctr.* $2 \times 12\frac{1}{2} = 25$ ℔ abgezogen. 2 *Ctr.* = 200 ℔ — 25 ℔ = 175 ℔ = $1\frac{3}{4}$ *Ctr.* Wenn 1 *Ctr.* 48 Thlr. kostet, so kostet $\frac{1}{4}$ *Ctr.* 12 Thlr., $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ *Ctr.* aber $7 \times 12 = 84$ Thlr.

5) a) Wie viel ℔ *Ntto.* wiegen 2 Ballen Waare, deren Bruttogewicht 400 ℔ ist, wenn für *Tra.* 5 % abgerechnet wird? und b) wie viel beträgt die ganze Bezahlung, wenn für den *Ctr.* *Ntto.* 50 Thlr. entrichtet werden?

6) Einige Fässer Talg wogen *Btto.* 300 ℔; für *Tra.* werden 5 % abgerechnet. Was kostet dieser Talg, da das ℔ *Ntto.* zu 15 *Sgr.* berechnet ist?

7) Ein Kaufmann bekommt 5 *Ctr.* Zucker *Btto.*; die *Tra.* beträgt 6 %; a) wie viel ℔ Zucker *Ntto.* erhält er, und b) wie hoch kommt derselbe zu stehen, da er das ℔ zu 20 *Sgr.* bezahlt?

8) Wie viel Thlr. kosten 330 ℔ *Btto.* nach Abzug von 10 % *Tra.*, wenn das ℔ *Ntto.* mit 15 Sgr. bezahlt wird?

---

c) Berechnung der Tara auf Hundert.

Beispiel: Ein Faß mit Oel wiegt 336 ℔; die *Tra.* beträgt 12 % auf 100. Was kostet dieses Oel, da das ℔ *Ntto.* mit 12 *Sgr.* bezahlt wird?

Berechnung: 112 ℔ Brutto geben 100 ℔ *Ntto.*, 336 ℔ = 3 × 112 ℔ *Btto.* = 3 × 100 = 300 ℔ *Ntto.* Wenn 1 ℔ 12 *Sgr.* = $^1/_5$ *Thlr.* kostet, so kosten 100 ℔ $^{100}/_5$ = 20 *Thlr.*, 300 ℔ kosten daher 3 × 20 = 60 *Thlr.*

9) Welches ist der Nettopreis von 540 ℔ Farbwaaren, wenn 8 % *Tra.* auf Hundert gerechnet werden und das ℔ *Ntto.* 1 Thlr. 6 Sgr. kostet?

10) Jemand erhält für 642 ℔ Waare; die *Tra.* beträgt 7 % auf 100. Was muß er für die Waare bezahlen, da das ℔ Netto 42 *Sgr.* kostet?

11) Der Kaufmann K. erhielt 2 Fässer Caffee; das Bruttogewicht von beiden betrug 436 ℔; die *Tra.* 9 % auf Hundert. Wie viel beträgt die Bezahlung für diesen Caffee, wenn das ℔ *Ntto.* 36 *Sgr.* kostet?

12) Wie viel kosten 235 ℔ *Btto.*, wenn $17^1/_2$ % *Tra.* auf Hundert gerechnet werden und das ℔ Netto 2 Mark 4 Schilling Bco. kostet?

Zifferrechnen.

a) Berechnung der Tara überhaupt.

Beispiel: Ein Kaufmann erhält 3 Fässer mit Waaren. Nr. 1 enthält 350 ℔ *Btto.*; die Tara beträgt 25 ℔; Nr. 2 enthält 260 ℔ *Btto.*, die *Tra.* beträgt 18 ℔; Nr. 3 enthält 230 ℔ *Btto.*, die *Tra.* beträgt 17 ℔. Wenn nun der *Ctr.* *Ntto.* à 100 ℔ mit 24 Thlr. bezahlt wird, wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

Vorbereitende Rechnungen:

Nr. 1.	350 ℔ $B^{tto.}$,	25 ℔ $T^{ra.}$
„ 2.	260 „ „	18 „ „
„ 3.	230 „ „	17 „ „
Zusammen	840 ℔ $B^{tto.}$	60 ℔ $T^{ra.}$

Die 60 ℔ $T^{ra.}$ abgezogen, verbleiben noch
780 ℔ $N^{tto.}$

Nun ist die Frage zu beantworten: Was kosten 780 ℔ $N^{tto.}$, wenn 100 ℔ N^{tto} mit 24 Thlr. bezahlt werden?

a) Nach der Zweisatzrechnung:

$$\text{Thlr.?}\ \frac{24 \times 780}{100} = 187^1/_5\ \text{Thlr.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$$100 : 780 = 24 : x\ \text{Thlr.}$$
$$= 187^1/_5\ \text{Thlr.}$$

13) Ein Kaufmann erhält 9 Fässer mit Reiss; diese wiegen $B^{tto.}$: 40 Ctr. 42 ℔; die $T^{ra.}$ betrug 272 ℔. Wie viel ist der Betrag des Reisses, wenn der Ctr. $N^{tto.}$ 25 fl. 50 kr. kostet?

14) N. erhält 4 Fässer Oel, das erste wiegt 617 ℔, das zweite 508 ℔, das dritte 309 ℔ und das vierte 410 ℔; die Tara für die 4 Fässer beträgt 36 ℔. Wenn nun der Ctr. $N^{tto.}$ mit 78 Thlr. bezahlt wird, wie viel beträgt die ganze Zahlung für das Oel?

15) Jn 700 ℔ $B^{tto.}$ sind 240 ℔ $T^{ra.}$; die ganze Waare kostet 690 Thlr. Es fragt sich nun: a) wie viel sind's ℔ $N^{tto.}$? b) wie hoch kommt 1 ℔ $N^{tto.}$?

16) Ein Kaufmann erhielt 3 Säcke Waaren, welche $B^{tto.}$ 478 ℔ wogen. Nachdem sie ausgeleert waren, ergab sich, dass die leeren Säcke 25 ℔ wogen. Wenn nun das ℔ $N^{tto.}$ 1 fl. $7^1/_2$ kr. kostet, wie viel hatte der Kaufmann zu zahlen?

17) N. erhält 4 Fässer mit Caffee; das erste wiegt 9 Ctr., das zweite 8 Ctr. 50 ℔, das dritte 7 Ctr. 75 ℔ und das vierte 6 Ctr. 25 ℔; am ersten gehen 45 ℔ $T^{ra.}$ ab, am zweiten 40 ℔, am dritten 35 ℔ und am vierten 30 ℔; der Ctr. $N^{tto.}$ kostet 54 fl.; wie viel beträgt die ganze Baarzahlung für den Caffee?

18) Was kosten in Hamburg 10 Tonnen schwedischer Alaun, die zusammen $B^{tto.}$ 3940 ℔ wiegen, wenn das Gutgewicht 1 %

und die Tra. 30 ℔ per Tonne beträgt und für 100 ℔ Ntto. $10\frac{1}{2}$ Mk. Bco. gezahlt werden?

19) Was kosten in Bamberg 6 Fässer Kleesaamen, Btto. 6592 ℔, Tara 392 ℔, Gutgewicht 1 %, 100 ℔ Ntto zu 20 fl. 40 Xr.?

---

b) Berechnung der Tara nach Procenten.

1. Beispiel: Ein Fass Zucker wiegt Btto 962 ℔; die Tra. beträgt 6 %; wie viel kostet dieser Zucker, wenn der Ctr. Ntto. mit 30 fl. bezahlt wird?

a) Berechnung nach Procenten **vom Hundert.**

a) Nach dem Zweisatze:

100 ℔ Btto. = 100 — 6 = 94 ℔ Ntto.

N. ℔? $\frac{94 \times 962}{100} = {}^{90428}/_{100} = 904{,}28$ ℔.

Frage: Wie viel ℔. Ntto. betragen 962 ℔. Btto.? — Wenn 100 ℔. Btto. 94 ℔. Ntto. betragen, so beträgt 1 ℔. Btto. den 100. Theil von 94 ℔. Ntto., 962 ℔. Btto. betragen aber 962mal so viel, als 1 ℔. Ntto. Oder: Wenn 100 ℔. Btto. = 94 ℔. Ntto. sind, so ist 1 ℔. Btto. = ${}^{94}/_{100}$ ℔. Ntto., 962 ℔. Btto sind daher = $962 \times {}^{94}/_{100}$ ℔. = 904,28 ℔. Ntto.

Nun die Frage: Wenn 100 ℔ 30 fl. kosten, wie hoch kommen 904,28 ℔ Ntto.?

fl.? $\frac{30 \times 904{,}28}{100} = {}^{271284}/_{10} = 271{,}284$ fl. = ca. 271 fl. 17 Xr.

Wenn 100 ℔. 30 fl. kosten, so kostet 1 ℔. ${}^{30}/_{100}$ fl., 904,28 ℔. aber $904{,}28 \times {}^{30}/_{100}$ fl. = 271,284 fl.

b) Nach der Proportionsrechnung:

1) 100 : 962 = 94 : x ℔ Ntto.
x = 904,28 ℔ Ntto.

100 ℔. Btto. verhalten sich zu 962 ℔. Btto., wie 94 ℔. Ntto. zu x ℔. Ntto.

2) 100 : 904,28 = 30 : x fl.
x = 271,284 fl.

904,28 ℔. kosten mehr, als 100 ℔., daher steigend. — 100 ℔. verhalten sich zu 904,28 ℔. Ntto., wie 30 fl. : x fl. etc.

c) Nach der Kettenrechnung:

fl.?	962 ℔ Btto.
Btto. ℔ 100	94 ℔ Ntto.
Ntto. ℔ 100	30 fl.
	= 271,284 fl.

Jn der Kettenrechnung werden beide Ansätze zusammengezogen. Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. werden für 962 ℔. Btto. gezahlt, wenn 100 ℔. Btto. 94 ℔. Ntto. betragen und 100 ℔. Ntto. 30 fl. kosten?

Man nimmt es mit der Berechnung der Tara nicht so genau, wie in obiger Berechnung, sondern sagt:

962 ℔ zu 1 % machen 9,62 ℔; zu 6 % aber 6 × 9,62 = 57,72, ca. $57\frac{3}{4}$ ℔ Tra. Diese von 962 ℔ weg, bleiben $904\frac{1}{4}$ ℔ Ntto.

Nun nach dem Zweisatze:

$$fl.\ ?\ \frac{30 \times 904\frac{1}{4}}{100} = 271\frac{11}{40}\ fl. = 271\ fl.\ 14\frac{1}{2}\ Xr.$$

β) Berechnung nach Procenten auf Hundert.

a) Nach dem Zweisatze:

$$℔\ Ntto.\ ?\ \frac{100 \times 962}{106} = 907\frac{58}{106},\ ca.\ 907\frac{1}{2}\ ℔\ Ntto.$$

Wir schliessen hier: Wenn 106 ℔. Btto. 100 ℔. Ntto. geben, so gibt 1 ℔. Btto. $\frac{100}{106}$ ℔. Ntto., 962 ℔. geben 962mal so viel.

b) Nach der Proportionsrechnung:

$$106 : 100 = 962 : x\ ℔\ Ntto.$$

$$x = 907\frac{1}{2}\ ℔\ Ntto.\ ca.$$

Nun entsteht die Frage: Wie viel kosten $907\frac{1}{2}$ ℔ Ntto., wenn 100 ℔ 30 fl. kosten?

$$fl.?\ \frac{30 \times 907{,}5}{100} = 272\ fl.\ 15\ Xr.$$

c) Nach der Kettenrechnung werden wieder beide Ansätze zusammengezogen:

fl. ?	962 ℔ Btto.
106	100 ℔ Ntto.
100	30 fl.

$= 272\frac{14}{53}$ fl., ca. 272 fl. 15 Xr. 3 ₰

2. Beispiel: a) Wie viel ℔ Ntto. machen 2874 ℔ Btto. à 1 % Gutgewicht und 1 % Tra.? und b) wie viel beträgt die Bezahlung, wenn für 1 ℔ Ntto. 15 Xr. gezahlt wird?

α) Berechnung nach Procenten vom Hundert.

Wir berechnen dies, wie es gewöhnlich geschieht, nicht ganz genau.

2874 ℔ Btto. geben zu 1% 28,74 ℔ = ca. $28^3/_4$ ℔
$28^3/_4$ ℔ Gutgewicht abgezogen, bleibt
$2845^1/_4$ ℔. Hievon 1% macht 28,45 ℔, 9% 9mal so viel = 256,05 ca. 256 ℔.
256 ℔ Tra. abgezogen, bleiben
$2589^1/_4$ ℔ Ntto.

Nun die Frage: Wie viel betragen $2589^1/_4$ ℔ Ntto., wenn 1 ℔ 15 Kr. kostet?

$$2589^1/_4 \times {}^1/_4 \text{ fl.} = 647 \text{ fl. } 18^3/_4 \text{ Kr.}$$

β) Berechnung nach Procenten **auf** Hundert.

101 ℔ Btto. = 100 ℔ Ntto. (Gutgewicht), 1 ℔ Btto. = $^{100}/_{101}$ ℔ Ntto.;

2874 ℔ Btto. sind daher $\dfrac{100 \times 2874}{101} = 2845^{55}/_{101}$ ℔.

Da $^{55}/_{101}$ ℔ mehr als $^1/_2$ ℔ ausmacht, so wird es für 1 ganzes ℔ gerechnet, daher 2846 ℔ nach Abzug des Gutgewichts.

Die Tra. beträgt 9%; daher 109 ℔ Btto. = 100 ℔ Ntto., 1 ℔ Btto. = $^{100}/_{109}$ ℔ Ntto.; die 2846 ℔ betragen daher 2846 mal so viel.

$$\frac{100 \times 2846}{109} = 2611^2/_{109} \text{ ℔ ca. } 2611 \text{ ℔ Ntto.}$$

Was kosten nun die 2611 ℔ Ntto., wenn 1 ℔ 15 Kr. kostet?

$$2611 \times {}^1/_4 = 652^3/_4 \text{ fl.}$$

20) Jemand erhält für 35 Ctr. 36 ℔ Waare; die Tara beträgt $3^3/_4$%; der Ctr. Netto kostet 38 fl. 47 Kr.; wie hoch kommt die Waare?

21) Ein Ballen Kameelhaar wog Brutto 324 ℔; es gingen erst 1% Gutgewicht und dann vom Reste $4^1/_2$% Tara ab; wie viel kostete die Waare, wenn der Ctr. Netto mit 73 fl. 48 Kr. bezahlt wird?

22) Von 3 Fässern Rosinen wiegt das erste 276 ℔, das zweite 264 ℔ und das dritte 236 ℔, Tara 10%; 100 ℔ Netto kosten $6^3/_4$ Thlr.; welches ist der Betrag?

23) Was betragen 18 Both Oel von Triest in Hamburg, die 21937 ℔ Brutto wiegen, wenn 1% Gutgewicht und 14% Tara gerechnet und für 100 ℔ Netto $29^1/_2$ Mark Banco gezahlt werden?

24) Eine Waare wiegt Brutto 6 Ctr. 60 ℔. Welches ist der Betrag hiefür, wenn 10% Tara gerechnet werden und der Ctr. 24 fl. 30 Kr. kostet?

25) Was kosten in Hamburg 8 Ballen nordamerikanische Baumwolle, die zusammen 1350 ℔ Brutto wiegen, wenn $\frac{1}{2}\%$ Gutgewicht und 4% Tara gerechnet werden, und das ℔ Netto $6\frac{1}{4}$ Schilling kostet?

26) a) Wie viel ℔ Netto sind zu bezahlen, wenn eine Waarensendung 3500 ℔ Brutto wiegt und 5% Tara und $\frac{1}{2}\%$ Gutgewicht berechnet werden? und b) wie viel beträgt die Zahlung, wenn 1 ℔ $37\frac{1}{2}$ ß kostet?

27) Wie hoch kommen 825 ℔ Brutto zu stehen, wenn der Ctr. Netto nach Abzug von $8\frac{2}{3}\%$ Tara und $\frac{1}{2}\%$ Gutgewicht mit 50 Thaler bezahlt wird?

28) Wie viel preuss. Thaler muss für 800 ℔ Brutto bezahlt werden, wenn $12\frac{1}{2}\%$ Tara und 2% Gutgewicht abgezogen werden und 1 Ctr. Netto $28\frac{1}{2}$ Thlr. kostet?

29) Einige Kisten mit Waaren wiegen Brutto 2900 ℔. Wenn $12\frac{1}{2}\%$ Tara abgerechnet werden, und der Ctr. Netto 37 ℳ 36 ß kostet; wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

30) Für 9 Ctr. 45 ℔ Baumwolle zahlte man 760 ℳ $43\frac{1}{2}$ ß. Wenn nun das ℔ Netto $52\frac{1}{2}$ ß kostete, wie viele ℔ Tara wurden für den Ctr. Sporco berechnet?

31) Mehrere Fässer mit Oel wiegen Brutto 4890 ℔. Wenn nun 14% Tara auf Hundert gerechnet werden, und das ℔ Netto $12\frac{2}{3}$ ß kostet; wie viel beträgt die ganze Zahlung?

32) Ein Kaufmann zahlt für $4\frac{1}{2}$ Ctr. Brutto 380 Thlr. 20 Sgr. und verkauft das ℔ Netto zu 1 Thlr. 10 Sgr., die Tara beträgt 30%, das Gutgewicht für die Waare nach Abzug der Tara 2%; für Transportkosten zahlt er à Ctr. $4\frac{1}{2}$ Thlr. a) Wie viel betragen die Transportkosten? b) wie viel gewinnt er am ℔ Netto? und c) wie viel im Ganzen?

33) Hamburg verladet 112 Ballen Baumwolle, welche $42055\frac{1}{2}$ ℔ Brutto wiegen; die Tara ist 8%, das Gutgewicht $\frac{1}{2}\%$. 1 ℔ kostet $8\frac{3}{4}$ Schilling Bco.; wie viel beträgt das Ganze nach Abzug von 1% Decort?

V. Fusti-Rechnung.

Unter Fusti versteht man den Abzug für eine schlechtere Waare oder für das Unreine in einer solchen z. B. Staub, Stiele, Steine u. s. w. Die Fustirechnung ist daher die Berechnung des Abzugs für das Unreine einer Waare. Es werden dem Käufer vom Verkäufer für dasselbe entweder Procente bewilligt, oder für die unreine Waare wird ein geringerer Preis berechnet. In solchem Falle muß Gewicht und Werth der guten Waare und Gewicht und Werth der unreinen besonders berechnet werden. Den Werth der ganzen Sendung findet man durch Zusammenzählen der beiden Werthe. — Was bei rohem Zucker für das gerechnet wird, das beim Entleeren in den Kisten hängen bleibt, nennt man Besemschon.

Kopfrechnen.

Beispiel: Ein Kaufmann erhält 200 ℔ Caffee; beim Auspacken derselben ergibt sich, daß 50 ℔ hievon durch Feuchtigkeit Schaden gelitten haben. Für das ℔ der Waare war 30 Xr. festgesetzt; für das ℔ Fusti konnte der Käufer aber nicht mehr als 20 Xr. zahlen. Wie viel betrug hiernach a) der Werth des unverdorbenen und b) der Werth des beschädigten Caffees? c) wie viel die ganze Zahlung?

Berechnung: Von den 200 ℔ müssen die 50 ℔ Fusti abgezogen werden; es bleiben dann noch 150 ℔. Wenn das ℔ 30 Xr. $= \frac{1}{2}$ fl. kostet, so kosten die 150 ℔ des guten Caffees $\frac{150}{2}$ fl. $= 75$ fl. Da 1 ℔ des beschädigten Caffees 20 Xr. $= \frac{1}{3}$ fl. kostet, so kommen die 50 ℔ auf $\frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$ fl. Die ganze Zahlung betrug daher $75 + 16\frac{2}{3} = 91\frac{2}{3}$ fl.

1) Die Sendung einer Waare beträgt 800 ℔; das ℔ ist zu 15 Sgr. berechnet. Es fand sich aber unter derselben 120 ℔ Fusti. Da für das Fusti nicht mehr als 10 Sgr. gezahlt werden konnten, so fragt sich: a) wie viel kostete die gute Waare, b) wie viel die verdorbene und c) was betrug die ganze Zahlung?

2) Eine gewisse Waare wog 500 ℔. Unter 100 ℔ fanden sich im Durchschnitte 10 ℔ Fusti. Das ℔ der guten Waare mußte mit 24 Xr., das ℔ der schlechteren mit 18 Xr. bezahlt werden. a) Wie hoch kam die gute, b) wie hoch die schlechte Waare und c) wie hoch die ganze Lieferung?

3) Jemand kauft 350 ℔ Netto. Darunter befinden sich aber 25 ℔ schadhafte Waare. Für das ℔ der guten Waare hat er 12 Sgr. zu bezahlen, für das ℔ der schlechteren 10 Sgr.; wie viel betrug a) die gute, b) die schlechtere Waare und c) die ganze Lieferung?

4) Jemand kaufte Waaren, die zusammen 1000 ℔ Netto wogen. Unter je 100 ℔ waren aber 10 ℔ Fusti. Das ℔ der guten Waare wurde mit 1 Thlr. 6 Sgr., das ℔ der beschädigten mit 48 Sgr. bezahlt. Wie viel hatte er a) für die gute Waare, b) für die beschädigte und c) im Ganzen zu bezahlen?

Zifferrechnen.

Beispiel: Ein Kaufmann erhielt eine Sendung Caffee von 36 Ctr. 80 ℔ Netto. Das ℔ war ihm zu 40 Sgr. berechnet. Es ergab sich aber, dass ihm von der Sorte, die er erhalten sollte, nur 28 Ctr. 50 ℔ übersandt und für den übrigen eine schlechtere Sorte beigelegt war, die er nur mit 32 Sgr. per ℔ bezahlte. Wie viel hatte er nun a) für die bessere, b) für die geringere und c) im Ganzen zu bezahlen?

Berechnung: Von 36 Ctr. 80 ℔
ab 28 „ 50 „ von der bessern Sorte,
bleiben 8 Ctr. 30 ℔ geringerer Caffee.

Nun sind die drei Fragen zu beantworten:

1. Was kosten 28 Ctr. 50 ℔, wenn 1 ℔ 40 Sgr. kostet?
$$2850 \times {}^2/_3 \text{ Thlr.} = {}^{5700}/_3 = 1900 \text{ Thlr.}$$
2. Wie hoch kommen 8 Ctr. 30 ℔, das ℔ zu 32 Sgr. $= {}^8/_{15}$ Thlr.?
$$830 \times {}^8/_{15} = {}^{6640}/_{15} = 442\,{}^2/_3 \text{ Thlr.}$$
3. Wie viel hatte er im Ganzen zu bezahlen?
$$1900 + 442\,{}^2/_3 \text{ Thlr.} = 2342\,{}^2/_3 \text{ Thlr.}$$

(Der Ansatz nach der Dreisatz-, Proportions- und Kettenrechnung ist in diesem Beispiele, wie zu ersehen ist, gar nicht nöthig.)

2. Beispiel: Jemand erhält aus Hamburg Brutto 6000 ℔ Rosinen. Für Tara wurden ihm 10%, für Gutgewicht 1% und für Fusti 5% bewilligt. Da 100 ℔ Netto zu $66\,{}^2/_3$ Mk. Bco. notirt sind, so fragt sich, wie hoch dem Käufer die erhaltenen Rosinen zu stehen kommen?

Berechnung:

Brutto:	6000	℔
Davon für Tara 10% ab	600	„
bleiben Netto	5400	℔
Hievon für Gutgewicht 1% ab	54	„
bleiben	5346	℔
Nun noch für Fusti 5% weg	$267\,^{3}/_{10}$	„
bleiben zu bezahlen	$5078\,^{7}/_{10}$	℔ Netto.

Nun ist die Frage zu beantworten: Wie hoch kommen $5078\,^{7}/_{10}$ ℔ Netto, wenn 100 ℔ Netto $66\,^{2}/_{3}$ Mk. Bco. kosten?

$$5078\,^{7}/_{10} = {}^{50787}/_{10};\quad 66\,^{2}/_{3} = {}^{200}/_{3}.$$

a) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\text{Mk. Bco. ?}\ \frac{{}^{200}/_{3} \times {}^{50787}/_{10}}{100} = 3385\,^{4}/_{5}\ \text{Mk. Bco.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$$100 : {}^{50787}/_{10} = {}^{200}/_{3} : x\ \text{Mk. Bco.}$$

$$x = 3385\,^{4}/_{5}\ \text{Mk. Bco.}$$

c) Nach der Kettenrechnung:

Mk. Bco. ?	$^{50787}/_{10}$ ℔
100	$^{200}/_{3}$ Mk. Bco.

$= 3385\,^{4}/_{5}$ Mk. Bco.

5) Ein Kaufmann kauft ein Fass Gewürznägelein, welches 512 ℔ Brutto wiegt. Für das Fass werden 36 ℔ Tara und für Fusti 4% gerechnet. Das ℔ der unbeschädigten Nägelein ist ihm zu 20 Sgr. berechnet, für jedes ℔ Fusti darf er 5 Sgr. abziehen. a) Wie viel kosten die unbeschädigten? b) Wie viel die beschädigten? und c) wie viel beträgt die ganze Zahlung?

6) N. erhielt ein Fass mit Waaren, das 960 ℔ Brutto wiegt; die Tara beträgt 48 ℔. Wenn nun im Durchschnitte immer unter 100 ℔ Nettowaare 15 ℔ Fusti sich befinden, das ℔ der guten Waare zu 1 fl. 36 Kr., das ℔ Fusti aber nur zu 40 Kr. berechnet ist: wie viel kostet a) die gute Waare, b) das Fusti und c) Beides zusammen?

7) Ein Kaufmann erhielt eine Sendung Waaren, welche 1480 ℔ Brutto wogen; die Tara betrug 10%, das Fusti 980 ℔, 1 ℔ Netto der guten Waare wird mit 22 Sgr. 6 Pfg., 1 ℔ Netto vom Fusti aber mit 15 Sgr. bezahlt; wie viel kostete a) die gute Waare, b) das Fusti und c) die ganze Sendung der Waaren?

8) Eine Waare wiegt 1500 ℔ Brutto, Tara $6^2/_3\,^0/_0$, Fusti 500 ℔; 1 ℔ Netto der guten Waare wird zu 12 Sgr., 1 ℔ Netto des Fusti aber mit 9 Sgr. bezahlt; wie viel beträgt das Ganze?

9) 12 Ballen englischer Hopfen wiegen Brutto 2000 ℔; die Tara beträgt per Ballen 5 ℔, das Fusti $8^0/_0$. Der Ctr. des guten Hopfens wird zu 110 ℳ, der Ctr. des schlechteren zu 75 ℳ berechnet. Wie viel beträgt die Zahlung für den ganzen Hopfen?

10) Ein Kaufmann erhielt Sporco 234 Ctr. Rosinen; als Tara für die Fässer sind 108 ℔ berechnet; unter der Waare befinden sich 13 Ctr. Fusti. Das ℔ Netto ist zu 7 Sgr., das ℔ Fusti aber nur zu $4^1/_2$ Sgr. berechnet. Wie viel hat er a) für die gute Waare, b) für das Fusti und c) für Beides zusammen zu bezahlen?

VI. Terminrechnung.

Die Terminrechnung zeigt, wie man mit gegenseitiger Uebereinstimmung eine Summe Geldes, welche in verschiedenen Terminen zu zahlen ist, in einem Termine oder auf einmal bezahlen kann, ohne dass Jemand dadurch benachtheiligt wird. Die Zeit, in welcher das Geld auf einmal bezahlt wird, nennt man gewöhnlich den mittleren Zahlungstermin.

Bei dieser Berechnung kommen verschiedene Fälle vor, entweder:

1) die zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien sind sämmtlich gleich gross, oder

2) die zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien sind von verschiedener Grösse, oder

3) die Zinsfusse der Capitalposten sind nicht gleich gross, oder

4) die ersten Abschlagszahlungen sind zu anderer, als der festgesetzten Zeit geleistet worden, und es entsteht in diesem Falle die Frage, wann der Rest gezahlt werden müsse.

Durch die weiter oben gezeigten Abkürzungen lassen sich die hieher gehörigen Aufgaben leicht berechnen.

Bemerkung: Kopfrechnen ist hier nicht wohl anwendbar.

1) Mittlerer Zahlungstermin bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien.

Beispiel: Es soll Jemand 600 fl. in 3 Jahren, und zwar jedes Jahr 200 fl. ohne Zins zahlen. Wenn er nun diese 600 fl. auf einmal bezahlen will, in welcher Zeit wird dieses ohne Jemandes Nachtheil geschehen müssen?

Vorbereitende Berechnung:

200 fl. C. in 1 J. tragen so viel Zins, als	200 fl. in 1 J.
200 " " " 2 " " " " " "	400 " " 1 "
200 " " " 3 " " " " " "	600 " " 1 "
600 fl. C. in obigen Terminen so viel Zins, als	1200 fl. in 1 J.

Die zu beantwortende Frage ist nun: Wie viel Jahre brauchen obige 600 fl., um einen gewissen Zins zu tragen, wenn hiezu 1200 fl. 1 Jahr brauchen?

a) Nach dem Zweisatze in Bruchform:

1200 fl. Cap. 1 Jahr
600 fl. " ? Jahre

$$\text{Jahre?}\ \frac{1 \times \overset{2}{\cancel{1200}}}{\cancel{600}} = 2 \text{ Jahre.}$$

Wenn 1200 fl. C. 1 J. brauchen, um einen gewissen Zins zu zahlen, so braucht 1 fl. Cap. 1200 × 1 J.; 600 fl. Capital brauchen aber hiezu den 600. Theil von der Zeit, die 1 fl. braucht.

Kürzere Berechnung:

600 in 1200 = 2 Jahre.

Regel: Wenn man bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien den mittleren Zahlungstermin finden will: so multiplicirt man jedes Capital mit der Zeit, addirt die ursprünglichen Capitalsummen, dann die Summen der durch die Multiplication erhaltenen Producte und fertigt dann den Ansatz und die Berechnung.

1) Georg ist dem Benedikt 100 fl. in 2 Jahren und 100 fl. in 4 Jahren zu zahlen schuldig; zu welcher Zeit können beide Capitalien zugleich bezahlt werden, wenn sie eben so viel Zinsen bringen sollen, als der sämmtliche Zins beträgt, wenn jedes Capital einzeln bezahlt würde?

2) Es soll Jemand 400 fl. Cap. in 4 Jahren, und zwar jedes Jahr 100 fl. zahlen; in welcher Zeit wird dieses auf einmal geschehen können?

3) A. soll an M. 2000 fl. in 5 gleichen Posten so abzahlen, dass 400 fl. in 2 Monaten, 400 fl. in $3\frac{1}{2}$ Monaten, 400 fl. in 5 Monaten, 400 fl. in $7\frac{1}{2}$ Monaten und 400 fl. in $10\frac{1}{2}$ Monaten abgetragen werden; wann kann A. diese 2000 fl. auf einmal abtragen, ohne dass er oder M. dabei in Nachtheil kommt?

4) Jemand kauft einen Acker für 1200 fl. in 4 Jahreszielen à 300 fl., ohne Zins zu bezahlen. Wann kann es aber auf einmal geschehen, ohne dass einer Schaden hätte?

5) Jemand ist 390 Thlr. in 6 nacheinander folgenden Jahren, also jährlich 65 Thlr. zu zahlen schuldig; zu welcher Zeit kann die Schuld auf einmal abgetragen werden?

6) 800 fl. sollen terminweise bezahlt werden, und zwar jährlich 100 fl.; wenn nun der Schuldner diese 800 fl. auf einmal bezahlen wollte, welches ist der Termin?

---

2) Mittlerer Zahlungstermin bei Capitalien von verschiedener Grösse, zu verschiedenen Zeiten fällig.

1. Beispiel: Franz ist dem Heinrich 2000 fl. in 8 Monaten und 3400 fl. in 5 Monaten zu zahlen schuldig; wann können beide Capitalien ohne Nachtheil beider Personen auf einmal entrichtet werden?

Vorbereitende Rechnung:

2000 fl. C. tragen in 8 Mon. so viel Zins, als 16000 fl. C. in 1 Mon.
3400 fl. „ „ „ 5 „ „ „ „ „ 17000 fl. „ „ 1 „

5400 fl. in obigen Term. tragen so viel, als 33000 fl. C. in 1 Mon.

Berechnung nach dem Zweisatze in Bruchform:

$$\text{Monate?}\ \frac{1 \times \overset{55}{\cancel{33000}}}{\underset{9}{\cancel{5400}}} = {}^{55}/_{9} = 6\,{}^{1}/_{9}\ \text{M.}$$

33000 fl. Cap. brauchen 1 Monat zur Erzielung eines gewissen Zinses; 1 fl. Cap. braucht daher 33000 × 1 Mon.; 5400 fl. Cap. brauchen aber den 5400. Theil der Zeit, den 1 fl. C. hiezu nöthig hat.

Kürzere Berechnung: 5400 in 33000 = $6\,{}^{1}/_{9}$ Mon.

2. Beispiel: 3000 fl. sollen in 3 Terminen bezahlt werden, nämlich 800 fl. sogleich, 1000 fl. nach 6 Monaten und 1200 fl. in 9 Monaten. Wann können diese 3000 fl. auf einmal bezahlt werden?

Vorbereitende Rechnung:

800 fl.	in 0 Mon. tragen so viel Zins, als	0 fl.	in 1 Mon.
1000 fl.	„ 6 „ „ „ „ „ „	6000 fl.	„ 1 „
1200 fl.	„ 9 „ „ „ „ „ „	10800 fl.	„ 1 „
3000 fl.	tragen in obigen Terminen so viel Zins als	16800 fl.	in 1 Mon.

Berechnung nach dem Zweisatze:

16800 fl. C. 1 Mon.
3000 fl. C. ? Mon.

$$\text{Monate?}\ \frac{1 \times \overset{28}{\cancel{16800}}}{\underset{5}{\cancel{3000}}} = {}^{28}/_{5} = 5^{3}/_{5}\ \text{M.}$$

16800 fl. Cap. brauchen zur Erzielung eines gewissen Zinses 1 Monat; 1 fl. Cap. braucht daher hiezu 16800mal so lange; 3000 fl. Cap. brauchen aber nur den 3000. Theil der Zeit, den 1 fl. Cap. braucht.

Kürzere Berechnung: 3000 in 16800 = $5^{3}/_{5}$ Mon.

7) Ein Haus wird für 12000 fl. unter folgenden Bedingungen verkauft: 3000 fl. sind hievon sogleich baar zu erlegen, 2500 fl. sollen nach 4 Monaten, 1500 fl. nach 1 Jahr, der Rest nach $1^{1}/_{2}$ Jahren gezahlt werden. Welches ist der Zahlungstermin, wenn diese 12000 fl. auf einmal erlegt werden sollen?

8) 2000 Thlr. sollen in 3 Terminen bezahlt werden, nämlich 400 Thlr. nach 3 Mon., 600 Thlr. nach 5 Mon. und 1000 Thlr. nach 7 Monaten. Wann können diese 2000 Thlr. auf einmal bezahlt werden?

9) Peter soll 1000 fl. in 3 Terminen bezahlen, und zwar 200 fl. in 3 Mon., 500 fl. in 5 Mon. und 300 fl. in 8 Mon. Wann kann die Zahlung ohne Jemandes Nachtheil auf einmal geschehen?

10) Johann kauft ein Gut für 16000 fl., und soll davon 3000 fl. baar, 1200 fl. nach 6 Monaten, 1800 fl. nach 9 Mon., 2000 fl. nach 1 Jahre, 4000 fl. nach 1 Jahr 3 Mon. und 4000 fl. nach 1 Jahr 6 Mon. bezahlen. Nun will er mit Bewilligung des Verkäufers diese 16000 fl. auf einmal bezahlen; wann muss dieses geschehen, damit keinem ein Nachtheil erwächst?

11) Jemand ist 2400 fl. schuldig. Davon soll er 400 fl. in 2 Jahren, 800 fl. in 4 Jahren und 1200 in 8 Jahren bezahlen.

Wenn er diese 2400 fl. auf einmal zahlen will, zu welcher Zeit muss dieses geschehen, ohne dass Jemand Schaden dabei zu erleiden hat?

---

3) Mittlerer Zinsfuss und Zahlungstermin bei nicht gleichgrossem Zinsfusse der verschiedenen Capitalposten

Beispiel: Jemand ist 800 fl. zu 6 % auf 4 Jahre, 1600 fl. zu 5 % auf 6 Jahre und 2400 fl. zu 4 % auf 8 Jahre schuldig. Welches ist der mittlere Zinsfuss und Zahlungstermin?

Vorbereitende Rechnung:

800 fl. zu 6 %	4800 fl. zu 1 % u.	4800 fl. in 4 J. =	19200 fl. in 1 J.
1600 fl. zu 5 % =	8000 fl. zu 1 % u.	8000 fl. in 6 J. =	48000 fl. in 1 J.
2400 fl. zu 4 % =	9600 fl. zu 1 % u.	9600 fl. in 8 J. =	76800 fl. in 1 J.
4800 fl.	22400 fl.	22400 fl.	144000 fl.

Es sind nun 2 Rechnungen nöthig, um 1) den mittleren Zinsfuss, und 2) den Zahlungstermin zu finden.

1. Rechnungsaufgabe: Zu wie viel Procent sind 4800 fl. ausgeliehen, wenn sie in gleicher Zeit so viel Zins tragen sollen, als 22400 fl. zu 1 Proc.?

2. Rechnungsaufgabe: Jn wie viel Jahren tragen 22400 fl. C. so viel Zins, als 144000 fl. in 1 Jahre?

Die Berechnungen selbst bedürfen keiner Erklärung.

Nach dem Zweisatze in Bruchform:

Berechnung 1):

$$\text{Procent?}\ \frac{1 \times \overset{14}{\overset{28}{\cancel{22400}}}}{\underset{3}{\underset{6}{\cancel{4800}}}} = {}^{14}/_{3} = 4\,{}^{2}/_{3}\ \text{Procent.}$$

Berechnung 2):

$$\text{Jahre?}\ \frac{1 \times \overset{45}{\overset{180}{\cancel{144000}}}}{\underset{7}{\underset{28}{\cancel{22400}}}} = {}^{45}/_{7} = 6\,{}^{3}/_{7}\ \text{Jahre.}$$

12) Jemand will 600 fl. zu 4 % auf 5 Jahre, 800 fl. zu 5 % auf 6 Jahre auf einmal zu gleichem Zinsfusse entrichten und zu gleicher Zeit. Zu welchem Zinsfusse und wann wird dieses geschehen müssen?

13) Jemand ist schuldig: 600 Thlr. zu 4 % auf 6 Monate, 900 Thlr. zu 5 % auf 8 Mon., 1000 Thlr. zu 6 % auf 4 Monate; welches ist der mittlere Zinsfuss und Zahlungstermin?

14) Wenn 500 fl. zu 5 % auf 3 Jahre, 700 fl. zu $3\frac{3}{4}$ % auf 4 Jahre, 400 fl. zu 4 % auf 5 Jahre und 400 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % auf 6 Jahre bezahlt werden sollten: welches wäre der mittlere Zinsfuss und der mittlere Zahlungstermin?

15) Folgende Capitalien sollen in nachstehenden Terminen ausbezahlt werden: 600 fl. zu 4 % in $1\frac{1}{2}$ Mon., 800 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % in 2 Monaten, 1000 fl. zu 5 % in 4 Mon., 1200 fl. zu $5\frac{1}{2}$ % in 3 Mon.; welches ist der mittlere Zinsfuss, und welches der mittlere Zahlungstermin, wenn die Zahlungen auf einmal erfolgen sollen?

16) Georg ist 250 fl. zu 4 % auf $1\frac{1}{2}$ Jahre, 300 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % auf 2 Jahre, 500 fl. zu 5 % auf 4 Jahre und 600 fl. zu 6 % auf $3\frac{1}{2}$ Jahre zu zahlen schuldig. Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

---

4) Termin zur Zahlung des Restes einer Summe, deren erste Abschlagszahlungen nicht zur festgesetzten Zeit geleistet worden sind.

Beispiel: Jemand ist 900 fl. zu zahlen schuldig und soll sie in folgenden Terminen zahlen: 100 fl. in 4 Jahren, 200 fl. in 8 Jahren und 600 fl. in 12 Jahren. Da er aber 500 fl. in 2 Jahren und 300 fl. in 4 Jahren bezahlt, so entsteht die Frage: Wann muss er den Rest von 100 fl. bezahlen?

Vorbereitende Rechnungen:

1) 100 fl. tragen in 4 J. eben so viel Zins, als 400 fl. in 1 J.
200 fl. „ „ 8 „ „ „ „ „ „ 1600 fl. „ 1 „
600 fl. „ „ 12 „ „ „ „ „ „ 7200 fl. „ 1 „

900 fl. tragen in obigen Term. so viel als 9200 fl. in 1 J.

2) 500 fl. tragen in 2 J. eben so viel Zins, als 1000 fl. in 1 J.
300 fl. „ „ 4 „ „ „ „ „ „ 1200 fl. „ 1 J.

800 fl. tragen in ob. Term. so viel Zins, als 2200 fl. in 1 J.

Schuld:	900 fl. und die Summe ihrer Producte	9200 fl.
Abschlagszahlung:	800 fl. „ „ „ „ „	2200 fl.
Rest d. Forderung:	100 fl., Rest der Summe der Producte	7000 fl.

Nun entsteht die Frage: Wenn 7000 fl. zur Erzielung eines gewissen Zinses 1 Jahr brauchen, wie lange brauchen hiezu 100 fl.?

Nach dem Zweisatze in Bruchform:

Jahre ? $\frac{1 \times 7000}{100} = 70$ Jahre. Die nach den einleitenden Rechnungen zu beantwortende Aufgabe ist: 7000 fl. Cap. brauchen zur Erzielung eines gewissen Zinses 1 Jahr, 1 fl. Cap. braucht 7000 $\times$ 1 Jahr, 100 fl. Cap. brauchen den 100. Theil der Zeit, die 1 fl. Cap. nöthig hat.

Kürzere Berechnung: 100 in 7000 = 70 Jahre.

17) Konrad schuldet an Friedrich für ein von demselben gekauftes Feld 1300 fl. so, dass ersterer 400 fl. in 2 Monaten, 600 fl. in 5 Monaten und 300 fl. in 6 Monaten nebst Zinsen zu bezahlen hat. Da sich aber Konrad an diese Kaufsbedingungen nicht bindet, und 200 fl. in 1 Mon., 100 fl. in 4 Mon. und 300 fl. in 5 Mon. entrichtet, so fragt sich's: Zu welcher Zeit hat Konrad den Rest von 700 fl. zu entrichten, damit er an Friedrich keine Zinsen zu zahlen braucht?

18) Wilhelm kauft einen Garten für 700 fl. und soll ihn in 9 Monaten bezahlen. Wenn er nun nach 4 Monaten 450 fl. daran bezahlt: wie lange kann er den Rest noch behalten?

19) Michael kaufte ein Haus für 9600 fl. Diesen Kaufschilling soll er in folgender Weise bezahlen: 1600 fl. in 2 Jahren, 3200 fl. in 4 Jahren und 4800 fl. in 8 Jahren. Er bezahlt aber 4800 fl. schon nach 1 Jahre und 1600 fl. nach 2 Jahren. Wann muss er den Rest von 3200 fl. zahlen?

20) Nach getroffener Uebereinkunft vom 1. Januar soll Jemand 500 fl. den 16. Mai, 600 fl. den 16. Sept. und 750 fl. den 30. März des folgenden Jahres entrichten. Er bezahlt aber den 30. Mai 400 fl., den 4. Juli 500 fl. und den 12. August wieder 500 fl. daran. An welchem Tage muss er den Rest bezahlen?

VII. Zinseszins- oder zusammengesetzte Zinsrechnung.

Alle Berechnungen, bei denen man den Zins nach Verlauf des Jahres stehen lässt, ihn zum Capitale schlägt und mit demselben zugleich verzinst, ebenso alle diejenigen Rechnungen, bei denen der baare Zahlwerth eines erst später fälligen Capitals durch Abzug des Zinses vom Zins aufgefunden werden kann, gehören zu der Zinseszins- oder zusammengesetzten Zinsrechnung.

Die Berechnung von Zinseszinsen findet bei Leibrenten-, Waldwerths-, Bevölkerungsrechnungen, bei Lotterieanlehen, Sparkassen etc. statt, kommt aber im gewöhnlichen Verkehre nur selten vor.

Kopfrechnen ist hier nicht anwendbar, wir schreiten daher sogleich zum

Zifferrechnen.

1) Zinseszinsrechnung nach dem gewöhnlichen Verfahren.

1. Beispiel: Welchen Werth haben 100 fl. zu 5 % nach 4 Jahren, wenn die Zinsen immer wieder zum Capital geschlagen werden?

Berechnung: a) Welchen Werth haben 100 fl. Capital zu 5 % in 1 Jahre?

100 fl. zu 1 % den 100. Theil = 1 fl., zu 5 % 5mal so viel = 5 fl.; zusammen 100 fl. C. und 5 fl. Zins = 105 fl.

b) Welchen Werth haben sie nach 2 Jahren?

Man fragt: Wenn 100 fl. sich in 1 Jahre auf 105 fl. vermehren; wie hoch dann 105 fl. in 1 Jahre?

$$\text{fl.?}\ \frac{105 \times 105}{100} = 110{,}25\ \text{fl.}$$

c) Welchen Werth haben sie nach 3 Jahren?

Man fragt: Wenn 100 fl. C. in 1 Jahre sich auf 105 fl. vermehren; wie hoch dann 110,25 fl.?

$$\text{fl.?}\ \frac{105 \times 110{,}25}{100} = 115{,}7625\ \text{fl.}$$

d) Welchen Werth haben sie nach 4 Jahren?

Wenn 100 fl. in 1 Jahre sich auf 105 fl. vermehren, wie hoch dann 115,7625 fl.?

$$\text{fl.?}\ \frac{105 \times 115{,}7625}{100} = 121{,}550625 \text{ fl.}$$

Man kann noch auf andere Weise verfahren: Wenn nämlich 100 fl. Cap. jährlich 5 fl. Zins abwerfen, so beträgt Beides zusammen nach 1 Jahre 105 fl. Da 100 fl. demnach in 1 Jahr zu 105 fl. anwachsen, so wächst 1 fl. zu 1,05 fl. an, im zweiten Jahre zu 1,05 × 105 fl. u. s. f. Wir wollen nun hier so verfahren:

a) Nach 1 Jahre beträgt Cap. und Zins zusammen 105 fl.;

b) Nach 2 Jahren 1,05 × 105 fl.

```
        1,05
      ------
         525 fl.
        105
      ------
      110,25 fl.
```

c) Nach 3 Jahren 1,05 × 110,25

```
          1,05
      --------
         55125
        11025
      --------
      115,7625 fl.
```

d) Nach 4 Jahren 1,05 × 115,7625

```
             1,05
      -----------
          5788125
         1157625
      -----------
       121,550625 fl.
```

2. Beispiel: Welchen Werth haben 200 fl. zu $4^1/_2$ % nach 3 Jahren, wenn die Zinsen immer wieder zum Capitale geschlagen werden?

Berechnung:

a) Welchen Werth haben sie nach 1 Jahre?

$$100 : 104\tfrac{1}{2} = 200 : x \text{ fl.}$$

$$x = 209 \text{ fl.}$$

b) Welchen Werth haben sie nach 2 Jahren?

$$100 : 104\tfrac{1}{2} = 209 : x \text{ fl.}$$

$$x = 218\tfrac{81}{200} \text{ fl.}$$

c) Welchen Werth haben sie nach 3 Jahren?

$$100 : 104\tfrac{1}{2} = 218\tfrac{81}{200} : x \text{ fl.}$$

$$x = 228\tfrac{9329}{40000} \text{ fl.}$$

Auf andere Weise: Wenn 100 fl. jährlich zu $104\frac{1}{2}$ fl. anwachsen oder zu 104,5 fl., so wächst 1 fl. zu 1,045 fl. an.

a) Welchen Werth haben die 200 fl. nach 1 Jahre?

$$2 \times 104\tfrac{1}{2} = 209 \text{ fl.}$$

b) Nach 2 Jahren: 209 × 1,045 fl.

```
     209
  ------
    9405
   2090
  ------
 218,405 fl.
```

c) Nach 3 Jahren: 218,405 × 1,045

```
      1,045
   --------
    1092025
    873620
   218405
  ---------
  228,233225 fl.
```

2) Zinseszinsrechnung nach Zinseszinstabellen.

Man wird wohl aus beiderlei Verfahren zur Genüge erkennen, dass beide Wege, um zum Resultate zu gelangen, nicht bloss lang, sondern auch zeitraubend sind. Wie viele Rechnungen wären da nöthig, um zu erfahren, welchen Werth 200 fl. Cap. zu $4\frac{1}{2}$ % nach 35 oder 36 Jahren haben, wenn die Zinsen immer wieder zum Capitale geschlagen werden!

Um sich nun diese Rechnungen zu erleichtern, hat man Zinseszinstabellen, und zwar

a) solche, in welchen der zukünftige Werth der Einheit eines verzinslichen Capitals einschliesslich der Zinsen berechnet ist, und

b) solche, in welchen der gegenwärtige Werth der Einheit eines unverzinslichen Capitals abzüglich jährlicher Zinses-Zinsen angegeben ist

Es sollen nun hier einige solche Tabellen folgen.

a) Zinseszinstabellen, durch welche der zukünftige Werth der Einheit eines verzinslichen Capitals einschliesslich der jährlichen Zinseszinsen leichter gefunden wird.

I. Tabelle für 3 %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,03	14	1,512590	27	2,221289	39	3,167027
2	1,0609	15	1,557967	28	2,287928	40	3,262038
3	1,092727	16	1,604706	29	2,356566	41	3,359899
4	1,125509	17	1,652848	30	2,427262	42	3,460696
5	1,159274	18	1,702433	31	2,500080	43	3,564517
6	1,194052	19	1,753506	32	2,575083	44	3,671452
7	1,229874	20	1,806111	33	2,652335	45	3,781596
8	1,266770	21	1,860295	34	2,731905	46	3,895044
9	1,304773	22	1,916103	35	2,813862	47	4,011895
10	1,343916	23	1,973587	36	2,898278	48	4,132252
11	1,384234	24	2,032794	37	2,985227	49	4,256219
12	1,425761	25	2,093778	38	3,074783	50	4,383906
13	1,468534	26	2,156591				

II. Tabelle für $3^1/_4$ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,0325	14	1,564807	27	2,371546	39	3,481067
2	1,066056	15	1,615663	28	2,448622	40	3,594201
3	1,100703	16	1,668173	29	2,528902	41	3,711013
4	1,136476	17	1,722388	30	2,610368	42	3,831621
5	1,173411	18	1,778366	31	2,695205	43	3,956149
6	1,211547	19	1,836163	32	2,782800	44	4,084723
7	1,250923	20	1,895838	33	2,873241	45	4,217477
8	1,291578	21	1,957453	34	2,966621	46	4,354545
9	1,333554	22	2,021070	35	3,063036	47	4,496068
10	1,376894	23	2,086755	36	3,162585	48	4,642190
11	1,421643	24	2,154574	37	3,265369	49	4,793061
12	1,467847	25	2,224598	38	3,371493	50	4,948836
13	1,515552	26	2,296897				

*) Unter dem Werth der Einheit versteht man den Werth eines Gulden, Thalers, Franken, Livre Sterl., einer Mark etc.

III. Tabelle für $3^1/_2$ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,035	14	1,618695	27	2,531567	39	3,825372
2	1,071225	15	1,675349	28	2,620172	40	3,959260
3	1,108718	16	1,733986	29	2,711878	41	4,097834
4	1,147523	17	1,794676	30	2,806794	42	4,241258
5	1,187686	18	1,857489	31	2,905031	43	4,389702
6	1,229255	19	1,922501	32	3,006708	44	4,543342
7	1,272279	20	1,989789	33	3,111942	45	4,702359
8	1,316809	21	2,059431	34	3,220860	46	4,866941
9	1,362897	22	2,131512	35	3,333590	47	5,037284
10	1,410599	23	2,206114	36	3,450266	48	5,213589
11	1,459970	24	2,283328	37	3,571025	49	5,396065
12	1,511069	25	2,363245	38	3,696011	50	5,584927
13	1,563956	26	2,445959				

Tabelle für $3^3/_4$ %.

1	1,0375	14	1,674301	27	2,701959	39	4,202775
2	1,076406	15	1,737087	28	2,803283	40	4,360379
3	1,116771	16	1,802228	29	2,908406	41	4,523893
4	1,158650	17	1,869811	30	3,017471	42	4,693539
5	1,202100	18	1,939929	31	3,130627	43	4,869547
6	1,247179	19	2,012677	32	3,248025	44	5,052155
7	1,293948	20	2,088152	33	3,369826	45	5,241610
8	1,342471	21	2,166458	34	3,496194	46	5,438171
9	1,392813	22	2,247700	35	3,627302	47	5,642102
10	1,445044	23	2,331989	36	3,763326	48	5,853681
11	1,499233	24	2,419438	37	3,904450	49	6,073194
12	1,555454	25	2,510167	38	4,050867	50	6,300939
13	1,613784	26	2,604298				

V. Tabelle für 4 %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,04	14	1,731676	27	2,883369	39	4,616366
2	1,0816	15	1,800944	28	2,998703	40	4,801021
3	1,124864	16	1,872981	29	3,118651	41	4,993061
4	1,169859	17	1,947900	30	3,243398	42	5,192784
5	1,216653	18	2,025817	31	3,373133	43	5,400495
6	1,265319	19	2,106849	32	3,508059	44	5,616515
7	1,315932	20	2,191123	33	3,648381	45	5,841176
8	1,368569	21	2,278768	34	3,794316	46	6,074823
9	1,423312	22	2,369919	35	3,946089	47	6,317816
10	1,480244	23	2,464716	36	4,103933	48	6,570528
11	1,539454	24	2,563304	37	4,268090	49	6,833349
12	1,601032	25	2,665836	38	4,438813	50	7,106683
13	1,665074	26	2,772470				

VI. Tabelle für 4¼ %.

1	1,0425	14	1,790873	27	3,076477	39	5,069516
2	1,086806	15	1,866986	28	3,207228	40	5,284970
3	1,132996	16	1,946332	29	3,343535	41	5,509581
4	1,181148	17	2,029052	30	3,485635	42	5,743739
5	1,231347	18	2,115286	31	3,633774	43	5,987848
6	1,218679	19	2,205186	32	3,788210	44	6,242331
7	1,338235	20	2,298906	33	3,949209	45	6,507630
8	1,395110	21	2,396610	34	4,117050	46	6,784204
9	1,454402	22	2,498466	35	4,292025	47	7,072533
10	1,516214	23	2,604651	36	4,474436	48	7,373116
11	1,580654	24	2,715348	37	4,664599	49	7,686473
12	1,647831	25	2,830750	38	4,862845	50	8,013148
13	1,717864	26	2,951057				

VII. Tabelle für $4^1/_2$ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,045	14	1,851945	27	3,282010	39	5,565899
2	1,092025	15	1,935282	28	3,429700	40	5,816365
3	1,141166	16	2,022370	29	3,584036	41	6,078101
4	1,192519	17	2,113377	30	3,745318	42	6,351615
5	1,246182	18	2,208479	31	3,913857	43	6,637438
6	1,302260	19	2,307860	32	4,089981	44	6,936123
7	1,360862	20	2,411714	33	4,274030	45	7,248248
8	1,422101	21	2,520241	34	4,466362	46	7,574420
9	1,486095	22	2,633652	35	4,667348	47	7,915268
10	1,552969	23	2,752166	36	4,877378	48	8,271456
11	1,622853	24	2,876014	37	5,096860	49	8,643671
12	1,695881	25	3,005434	38	5,326219	50	9,032636
13	1,772196	26	3,140679				

VIII. Tabelle für $4^3/_4$ %.

1	1,0475	14	1,914946	27	3,500732	39	6,019522
2	1,097256	15	2,005996	28	3,667017	40	6,399724
3	1,149376	16	2,101186	29	3,841200	41	6,703711
4	1,203971	17	2,200992	30	4,023657	42	7,022137
5	1,261160	18	2,305540	31	4,214781	43	7,355689
6	1,321065	19	2,415053	32	4,414983	44	7,705084
7	1,383816	20	2,529768	33	4,624694	45	8,071076
8	1,449547	21	2,649932	34	4,844367	46	8,454452
9	1,518400	22	2,775803	35	5,074475	47	8,856038
10	1,590524	23	2,907654	36	5,315512	48	9,276700
11	1,666074	24	3,045768	37	5,567999	49	9,717343
12	1,745213	25	3,109442	38	5,832479	50	10,178917
13	1,828110	26	3,341988				

IX. Tabelle für 5 %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,05	14	1,979932	27	3,733456	39	6,704751
2	1,1025	15	2,078928	28	3,920129	40	7,039989
3	1,157625	16	2,182875	29	4,116136	41	7,391988
4	1,215506	17	2,292018	30	4,321942	42	7,761588
5	1,276282	18	2,406619	31	4,538039	43	8,149667
6	1,340096	19	2,526950	32	4,764941	44	8,557150
7	1,407100	20	2,653298	33	5,003189	45	8,985008
8	1,477455	21	2,785963	34	5,253348	46	9,434258
9	1,551328	22	2,925261	35	5,516015	47	9,905971
10	1,628895	23	3,071524	36	5,791816	48	10,401270
11	1,710339	24	3,225100	37	6,081407	49	10,921333
12	1,795856	25	3,386355	38	6,385477	50	11,467400
13	1,885649	26	3,555673				

X. Tabelle für 5¼ %.

1	1,0525	14	2,046961	27	3,981043	39	7,356345
2	1,107756	15	2,154426	28	4,190047	40	7,742553
3	1,165913	16	2,267533	29	4,410025	41	8,149037
4	1,227124	17	2,386579	30	4,641551	42	8,576861
5	1,291548	18	2,511874	31	4,885233	43	9,027147
6	1,359354	19	2,643748	32	5,141707	44	9,501072
7	1,430720	20	2,782544	33	5,411647	45	9,999878
8	1,505833	21	2,928628	34	5,695758	46	10,524872
9	1,584889	22	3,082381	35	5,994786	47	11,077427
10	1,668096	23	3,244206	36	6,309512	48	11,658992
11	1,755671	24	3,414527	37	6,640761	49	12,271089
12	1,847844	25	3,593789	38	6,989401	50	12,915322
13	1,944856	26	3,782463				

XI. Tabelle für 5½ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl, Thlr. Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,055	14	2,116091	27	4,244401	39	8,069487
2	1,113025	15	2,232476	28	4,477843	40	8,513309
3	1,174241	16	2,355263	29	4,724124	41	8,981541
4	1,238825	17	2,484802	30	4,983951	42	9,475525
5	1,306960	18	2,621464	31	5,258069	43	9,996679
6	1,378843	19	2,765647	32	5,547262	44	10,546497
7	1,454679	20	2,917757	33	5,852362	45	11,126554
8	1,534687	21	3,078234	34	6,174242	46	11,738515
9	1,619094	22	3,247537	35	6,513825	47	12,384133
10	1,708144	23	3,426152	36	6,872085	48	13,065260
11	1,802092	24	3,614590	37	7,250050	49	13,783849
12	1,901207	25	3,813392	38	7,648803	50	14,541961
13	2,005774	26	4,023129				

XII. Tabelle für 5¾ %.

1	1,0575	14	2,187385	27	4,524495	39	8,849825
2	1,118306	15	2,313160	28	4,784654	40	9,358690
3	1,182609	16	2,446167	29	5,059771	41	9,896814
4	1,250609	17	2,586821	30	5,350708	42	10,465881
5	1,322519	18	2,735563	31	5,658374	43	11,067669
6	1,398564	19	2,892858	32	5,983731	44	11,704060
7	1,478981	20	3,059198	33	6,327795	45	12,377044
8	1,564023	21	3,235101	34	6,691643	46	13,088724
9	1,653954	22	3,421120	35	7,076413	47	13,841325
10	1,749056	23	3,617834	36	7,483307	48	14,637201
11	1,849627	24	3,825860	37	7,913597	49	15,478840
12	1,955980	25	4,045846	38	8,368628	50	16,368874
13	2,068449	26	4,278483				

XIII. Tabelle für 6%.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	1,060	14	2,260904	27	4,822346	39	9,703507
2	1,1236	15	2,396558	28	5,111687	40	10,285718
3	1,191016	16	2,540352	29	5,418388	41	10,902861
4	1,262477	17	2,692773	30	5,743491	42	11,557033
5	1,338226	18	2,854339	31	6,088101	43	12,250455
6	1,418519	19	3,025600	32	6,453387	44	12,985482
7	1,503630	20	3,207135	33	6,840590	45	13,764611
8	1,593848	21	3,399564	34	7,251025	46	14,590487
9	1,689479	22	3,603537	35	7,686087	47	15,465917
10	1,790848	23	3,819750	36	8,147252	48	16,393872
11	1,898299	24	4,048935	37	8,636087	49	17,377504
12	2,012196	25	4,291871	38	9,154252	50	18,420154
13	2,132928	26	4,549383				

b) Zinseszinstabellen, durch welche der gegenwärtige Werth der Einheit eines unverzinslichen Capitals abzüglich jährlicher Zinseszinsen leichter gefunden wird.

XIV. Tabelle à 3%.

1	0,970874	14	0,661118	27	0,450189	39	0,315754
2	0,942596	15	0,641862	28	0,437077	40	0,306557
3	0,915142	16	0,623167	29	0,424346	41	0,297628
4	0,888487	17	0,605016	30	0,411987	42	0,288959
5	0,862609	18	0,587395	31	0,399987	43	0,280543
6	0,837484	19	0,570286	32	0,388337	44	0,247372
7	0,813092	20	0,583676	33	0,377026	45	0,264439
8	0,789409	21	0,537549	34	0,366045	46	0,256737
9	0,766417	22	0,521893	35	0,355383	47	0,249259
10	0,744094	23	0,506692	36	0,345032	48	0,241999
11	0,722421	24	0,491934	37	0,334983	49	0,234950
12	0,701380	25	0,477606	38	0,325226	50	0,228107
13	0,680951	26	0,463695				

XV. Tabelle à $3^1/_2$ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Livr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Livr., Mk. etc.
1	0,966184	14	0,617782	27	0,395012	39	0,261413
2	0,933511	15	0,596891	28	0,381654	40	0,252572
3	0,901943	16	0,576706	29	0,368748	41	0,244031
4	0,871442	17	0,557204	30	0,356278	42	0,235779
5	0,841973	18	0,538361	31	0,344230	43	0,227806
6	0,813501	19	0,520156	32	0,332590	44	0,220102
7	0,785991	20	0,502566	33	0,321343	45	0,212659
8	0,759412	21	0,485571	34	0,310476	46	0,205468
9	0,733731	22	0,469151	35	0,299977	47	0,198520
10	0,708919	23	0,453286	36	0,289833	48	0,191806
11	0,684946	24	0,437957	37	0,280032	49	0,185320
12	0,661783	25	0,423147	38	0,270562	50	0,179053
13	0,639404	26	0,408838				

XVI. Tabelle à 4%.

1	0,961538	14	0,577475	27	0,346817	39	0,216621
2	0,924556	15	0,555265	28	0,333477	40	0,208289
3	0,888996	16	0,533908	29	0,320651	41	0,200278
4	0,854804	17	0,513373	30	0,308319	42	0,192575
5	0,821927	18	0,493628	31	0,296460	43	0,185168
6	0,790315	19	0,474642	32	0,285058	44	0,178046
7	0,759918	20	0,456387	33	0,274094	45	0,171198
8	0,730690	21	0,438834	34	0,263552	46	0,164614
9	0,702587	22	0,421955	35	0,253415	47	0,158283
10	0,675564	23	0,405726	36	0,243669	48	0,152195
11	0,649581	24	0,390121	37	0,234297	49	0,146341
12	0,624597	25	0,375117	38	0,225285	50	0,140713
13	0,600574	26	0,360689				

XVII. Tabelle à 4½ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Livr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Livr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	0,956938	14	0,539973	27	0,304691	39	0,179665
2	0,915730	15	0,516720	28	0,291571	40	0,171929
3	0,876297	16	0,494469	29	0,279015	41	0,164525
4	0,838561	17	0,473176	30	0,267000	42	0,157440
5	0,802451	18	0,452800	31	0,255502	43	0,150661
6	0,767896	19	0,433302	32	0,244500	44	0,144173
7	0,734828	20	0,414643	33	0,233971	45	0,137964
8	0,703185	21	0,396787	34	0,223896	46	0,132023
9	0,672904	22	0,379701	35	0,214254	47	0,126338
10	0,643928	23	0,363350	36	0,205028	48	0,120889
11	0,616199	24	0,347703	37	0,196200	49	0,115692
12	0,589664	25	0,332731	38	0,187750	50	0,110710
13	0,564272	26	0,318402				

XVIII. Tabelle à 5%.

1	0,952381	14	0,505068	27	0,267848	39	0,149148
2	0,907029	15	0,481017	28	0,255094	40	0,142046
3	0,863838	16	0,458112	29	0,242946	41	0,135282
4	0,822702	17	0,436297	30	0,231377	42	0,128840
5	0,783526	18	0,415521	31	0,220359	43	0,122704
6	0,746215	19	0,395734	32	0,209866	44	0,116861
7	0,710681	20	0,376889	33	0,199873	45	0,111297
8	0,676839	21	0,358942	34	0,190355	46	0,105997
9	0,644609	22	0,341850	35	0,181290	47	0,100949
10	0,613913	23	0,325571	36	0,172657	48	0,096142
11	0,584679	24	0,310068	37	0,164436	49	0,091564
12	0,556837	25	0,295303	38	0,156605	50	0,087204
13	0,530321	26	0,281241				

XIX. Tabelle à $5^1/_2$ %.

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Livr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Livr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Frk., Lvr., Mk. etc.
1	0,947867	14	0,472569	27	0,235605	39	0,123924
2	0,898452	15	0,447933	28	0,223322	40	0,117463
3	0,851614	16	0,424581	29	0,211679	41	0,111339
4	0,807217	17	0,402447	30	0,200644	42	0,105535
5	0,765134	18	0,381466	31	0,190184	43	0,100033
6	0,725246	19	0,361579	32	0,180269	44	0,094818
7	0,687437	20	0,342729	33	0,170871	45	0,089875
8	0,651599	21	0,324862	34	0,161963	46	0,085190
9	0,617629	22	0,307926	35	0,153520	47	0,080748
10	0,585431	23	0,291873	36	0,145516	48	0,076539
11	0,554911	24	0,276657	37	0,137930	49	0,072549
12	0,525982	25	0,262234	38	0,130739	50	0,068767
13	0,498561	26	0,248563				

XX. Tabelle à 6%.

1	0,943396	14	0,442301	27	0,207368	39	0,103056
2	0,889996	15	0,417265	28	0,195630	40	0,097222
3	0,839619	16	0,393646	29	0,184557	41	0,091719
4	0,792094	17	0,371364	30	0,174110	42	0,086527
5	0,747258	18	0,350344	31	0,164255	43	0,081630
6	0,704961	19	0,330513	32	0,154957	44	0,077009
7	0,665057	20	0,311805	33	0,146186	45	0,072650
8	0,627412	21	0,294155	34	0,137912	46	0,068538
9	0,591898	22	0,277505	35	0,130105	47	0,064658
10	0,558395	23	0,261797	36	0,122741	48	0,060998
11	0,526788	24	0,246979	37	0,115793	49	0,057546
12	0,496969	25	0,232299	38	0,109239	50	0,054288
13	0,468839	26	0,219810				

Wie leicht und kurz die hieher gehörigen Berechnungen werden, wenn man die vorstehenden Zinseszinstabellen benützt, wird aus den nun folgenden Beispielen zu ersehen sein.

c) Aufsuchung der Grösse des Capitals.

1. Beispiel: Wie hoch steigt ein Capital von 2200 fl. in 42 Jahren, wenn es zu $4\frac{1}{4}$ % ausgeliehen ist, und der Zins zum Capital geschlagen wird?

Berechnung: Nach Tabelle VI. wächst bei $4\frac{1}{4}$ procentiger Verzinsung ein fl. in 42 Jahren auf 5,743739 fl. an, demnach 2200 fl. in dieser Zeit auf

$$\frac{2200 \times 5{,}743739 \text{ fl.}}{= 12636{,}2258 \text{ fl.}}$$

2. Beispiel: Welchen baaren Werth hat eine nach 20 Jahren ohne Zinsen zahlbare Schuld von 15060 Thlrn., wenn man 4 % Zinseszins annimmt?

Berechnung: Nach Tabelle XVI. ist 1 Thlr., der erst nach 20 Jahren ohne Zinsen zahlbar ist, wenn man 4 % Zinseszins annimmt, jetzt 0,456387 Thlr. werth; die 15060 Thlr. sind daher, wenn sie jetzt gezahlt werden unter den nämlichen Verhältnissen werth

$$\frac{15060 \times 0{,}456387}{= 6873{,}18822 \text{ Thlr.}}$$

1) Wie viel betragen 1600 Mark Banco mit den Zinseszinsen zu 5 % nach 30 Jahren?

2) Jemand legt ein Capital mit der Bedingung auf Zinsen an, dass am Ende eines jeden Jahres die Zinsen wieder zum Capital geschlagen werden. Wenn er 5 % nimmt und das Capital, welches er anlegte, 5344 fl. beträgt; zu welchem Capital wird dieses nach 14 Jahren gestiegen sein?

3) Ein grosses Gut soll verkauft werden, und es finden sich dazu 2 Käufer. Der Eine bietet 40500 Thlr. baar; der Andere bietet 45000 Thlr., von dieser Summa will er 20000 Thlr. baar, 10000 Thlr. ohne Zinsen nach einem Jahre, 10000 Thlr. ohne Zinsen nach 2 Jahren und den Rest ohne Zinsen nach 3 Jahren zahlen; welches Gebot ist für den Verkäufer das vortheilhafteste, wenn 4 % Zinseszins angenommen wird, und wie viel bringt es im Verhältniss zum andern Gebot Vortheil?

4) Wie hoch wird ein Capital von 8450 fl. anwachsen, wenn es 40 Jahre zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen ist und die Zinsen immer wieder zum Capital geschlagen werden?

5) Ein Land, das jetzt 4500000 Einwohner zählt, vermehrt sich jährlich um 3 %. Wie viel Einwohner würde dieses Land nach 100 Jahren zählen, wenn der Zuwachs der Bevölkerung keine Störung zu erleiden hätte?

6) Zur Gründung eines Waisenhauses werden 20000 fl. auf Zinseszins gelegt; wie viel wird daraus bei $3\frac{1}{2}$ % in 12 Jahren?

d) Aufsuchung der Zeit.

Die obigen Tabellen können nicht bloss dann, wenn nach der Grösse des Capitals, sondern auch wenn nach der Zeit gefragt wird, innerhalb welcher ein Capital durch Zinseszinse zu einer gewissen Summe anwächst, recht gut benützt werden. Das folgende Beispiel wird dies zeigen.

Beispiel: Jn welcher Zeit wächst ein Capital von 1000 Thlr. bei 4 % auf 5600 Thlr. an?

Berechnung: 1000 Thlr. wachsen auf 5600 Thlr. an, 1 Thlr. also auf den 1000. Theil von 5600 Thlr. = 5,6 Thlr. Nun sehe ich aus der V. Tabelle, in wie viel Jahren 1 Thlr. auf 5,6 Thlr. anwächst. Nach dieser Tabelle wächst 1 Thlr. in 44 Jahren zu 5,616515 Thalern, also 1000 Thlr. auf 5616,5 Thaler an; es sind demnach nicht ganz 44 Jahre hiezu nöthig.

Diese Berechnung liesse sich noch genauer ausführen, so dass die Zeit auch auf den Tag bezeichnet würde; da dieses aber nur selten verlangt wird, so wird um so mehr diese Berechnung genügen, um nicht zu weitläufig werden zu müssen.

7) Jn wie viel Jahren verdoppelt sich ein zu 5 % ausgeliehenes Capital, wenn die Zinseszinsen dazu geschlagen werden?

8) Wie viel Jahre müssen 100 Thlr. zu 4 % auf Zinseszins ausstehen, wenn sie mit den Zinseszinsen 300 Thlr. betragen sollen?

9) Wie viel Jahre müssen 10000 Thlr. zu $5\frac{1}{2}$ % ausgeliehen sein, wenn Capital und Zinseszinsen 24850 Thlr. betragen sollen?

Es ist erstaunlich, zu welch grosser Summe sich auch das kleinste Capital in der Länge der Zeit anhäuft, wenn es auf Zinseszins angelegt ist. Einige Beispiele mögen hievon den Beweis liefern. — Angenommen, dass die Erde genau 6000 Jahre bestände, und dass der erste Mensch 1 Pfennig zu 5 % auf Zinseszins angelegt hätte, so würde derselbe

bis jetzt zu einer so grossen Zahl von Gulden angewachsen sein, dass man an die Zahl 32 noch 123 Nullen anhängen müsste, damit sie die Anzahl der Guldenstücke bestimmen könnte.

Würde Jemand zur Zeit der Geburt Christi 1 preussischen Thaler zu 5 % in der Art verliehen haben, dass die Zinseszinsen zum Capital gerechnet worden wären, so würde die Summa des Capitals schon im Jahre 1836 so gross gewesen sein, dass diese Thaler eine Kugel von 2594 Erddurchmessern gebildet hätten!

VIII. Theilungs- und Gesellschafts-Rechnung.

Häufig ist es der Fall, daß sich mehrere Personen in eine Geldsumme, Waarenmenge u. s. w. theilen sollen. Wenn jede Person gleichen Antheil an der Summe haben soll, so darf nur mit der Anzahl der Personen in die zu theilende Summe dividirt werden. Der Quotient gibt dann an, wie viel jede Person bekommt. Allein oft können die betheiligten Personen nicht auf gleiche Theile Anspruch machen, sondern die zu vertheilende Summe muß nach gewissen gegebenen Bestimmungen in Theile, die von einander verschieden sind, vertheilt werden.

Ich setze den Fall: Von 2 Kaufleuten hatte der eine, den wir A. nennen wollen, 2000, und der andere, den wir B. nennen, 3000 fl. zu einem Unternehmen hergegeben. Wenn sie nun 800 fl. gewinnen, wie viel gebührt jedem davon? Es wird leicht einzusehen sein, daß A., der weniger zu dem Unternehmen hergegeben hat, auch weniger von dem Gewinne erhalten kann, als B., der eine größere Summe einlegte. Beide können also den Gewinn nicht in gleiche Theile theilen, sondern nach Verhältniß ihrer Einlagen. Sie werden daher sagen müssen: Wir haben mit 2000 und 3000 = 5000 fl. Einlage 800 fl. gewonnen. Wenn nun mit 5000 fl. Einlage 800 fl. gewonnen werden, wie viel wird dann A. mit der Einlage von 2000 fl. und wie viel B. mit der Einlage von 3000 fl. gewinnen.

Die Rechnungsart, wornach wir derartige Beispiele berechnen, heißt Theilungs- und Gesellschaftsrechnung. Sie wird demzufolge angewendet, wenn mehrere Personen zu irgend einem gemeinschaftlichen Unternehmen zusammentreten und eine Casse bilden, in welche die einzelnen Mitglieder verschiedene, d. h. ungleiche Summen einlegen, also bei Gesellschaftshandlungen. In diesem Falle heißt sie Gesellschaftsrechnung. Sie wird aber häufig auch bei Erbtheilungen, bei Concursfällen, bei Berechnung und Vertheilung der Steuern, Brandschatzung u. s. w. angewendet und heißt dann

Theilungsrechnung. Nach der Größe der einzelnen Einlagen soll nun auch billiger Weise der Gewinn oder Verlust bestimmt werden, was aus dem obigen Beispiele erkannt werden kann.

Die verschiedenen Verhältnisse, nach welchen eine gewisse Summe zu vertheilen ist, ist durch Zahlen ausgedrückt. Diese Verhältnißzahlen müssen vor Allem zusammengezählt werden. Die sich hierdurch ergebende Summe erhält die ganze zu theilende Größe. Wie sich nun die Summe der Verhältnißzahlen zu jeder der einzelnen Verhältnißzahlen verhält, eben so verhält sich auch die zu vertheilende Summe zu jedem der einzelnen Antheile. Daher ergeben sich so viele Ansätze, als Theile sich ergeben haben.

Haben z. B. 3 Personen, wovon A. 200, B. 300 und C. 400 fl. einlegte, mit diesem Gelde 90 fl. gewonnen, so sagt man: Wenn die 200 + 300 + 400 = 900 fl., zusammen 90 fl. gewonnen haben; wie viel hat dann jede dieser Personen gewonnen?

$$900 : 200 = 90 : x \text{ fl.} = 20 \text{ fl.}$$
$$900 : 300 = 90 : x \text{ fl.} = 30 \text{ fl.}$$
$$900 : 400 = 90 : x \text{ fl.} = 40 \text{ fl.}$$
$$\overline{90 \text{ fl.}}$$

Zählt man die Beträge der auf jede dieser Personen fallenden Antheile zusammen, so muß sich wieder die ganze zu vertheilende Summe ergeben.

Es kann übrigens der Zweisatz eben so gut in Anwendung gebracht werden, als die Proportionsrechnung. Man schließt dann: Wenn mit 900 fl. Einlage 90 fl. gewonnen werden, dann wird mit 1 fl. Einlage der 900. Theil von 90 fl. = $^{90}/_{900}$ fl., mit 200 fl. aber 200mal so viel gewonnen.

Die Theilungs- und Gesellschaftsrechnung wird gewöhnlich eingetheilt in die einfache und in die zusammengesetzte.

Die dem obigen Beispiele ähnlichen Exempel gehören zu der einfachen; bei der zusammengesetzten ist noch eine Zeitbestimmung gegeben, welche man berücksichtigen muß, weil diese als Nebenumstand mitwirkt; denn wenn eine Person länger oder kürzer in der Gesellschaft steht, als die andere, so gebührt ihr nach Verhältniß der Zeit, auf welche sie ihre Einlage gemacht hat, auch mehr oder weniger Gewinn.

---

1) Einfache Theilungs- und Gesellschaftsrechnung.

Kopfrechnen.

1. Beispiel: August und Georg haben 450 fl. unter sich so zu theilen, daß August immer 2 fl. bekommt, bis Georg 1 fl. erhält. Wie viel erhält nun jeder von den 450 fl.?

Berechnung: Erhält August so oft 2 fl., als Georg 1 fl. bekommt, so bekommt August vom Ganzen 2 Theile und Georg 1 Theil. Das Ganze muß also in 3 Theile zerlegt werden. 3 in 450 = 150mal. August erhält daher 2 × 150 = 300 fl., Georg aber nur 1 × 150 fl.

2. Beispiel: Von 240 fl. erhält A. $^{1}/_{3}$, B. $^{2}/_{5}$ und C. das Uebrige. Wie viel bekommt Jeder?

Berechnung: Der 3. Theil von 240 fl. = 80 fl., der 5. Theil von 240 = 48 fl., $^{2}/_{5}$ sind also 2 × 48 = 96 fl., 80 und 96 = 176 fl. Was nun von den 240 fl. noch übrig bleibt, bekommt C. 176 von 240 fl. ab, bleiben 64 fl. A. bekommt daher 80, B. 96 und C. 64 fl.

3. Beispiel: Von 2 Kaufleuten hatte A. 4000 und B. 6000 fl. zu einem Unternehmen hergegeben. Wenn sie nun 1600 fl. gewinnen, wie viel gebührt jedem davon?

Berechnung: Der 4000 fl. hiezu gegeben hat, erhält 4 Theile, der 6000 fl. eingelegt hat, 6 Theile. Da 4 und 6 = 10 ist, so muß der Gewinn von 1600 fl. in 10 Theile getheilt werden. 10 in 1600 = 160 fl. A. erhält 4 Theile, also 4 × 160 = 640 fl., B. 6 Theile, also 6 × 160 = 960 fl.

4. Beispiel: Von 380 fl. erhält A. $^{3}/_{4}$ und B. $^{5}/_{6}$ des Ganzen. Wie viel kann Jeder nach Verhältniß seiner Forderung nun bekommen?

Berechnung: Ich mache vor Allem beide Brüche gleichnamig. 12 ist der Hauptnenner. $^{3}/_{4} = {}^{9}/_{12}$, $^{5}/_{6} = {}^{10}/_{12}$. A. erhält daher von den 190 fl. 9 und B. 10 Theile, Beide erhalten also 19 Theile. Der 19. Theil von 380 fl. = 20 fl. A. erhält demnach 9 × 20 = 180 fl. und B. 10 × 20 = 200 fl.

1) 600 fl. werden unter 2 Personen so getheilt, daß A. 3mal so viel bekommt, als B. Was erhält jede dieser Personen?

2) A. und B. haben 180 fl. so unter sich zu theilen, daß A. $^{1}/_{2}$ und B. $^{1}/_{3}$ des Ganzen bekommt. Wie viel kommt auf jeden nach Verhältniß seiner Forderung?

3) Es sollen 200 fl. so unter 2 Personen getheilt werden, daß A. 2 fl. erhält, während B. 3 fl. bekommt; wie viel erhält jeder?

4) 900 *HL.* Korn sollen von 2 Bezirken geliefert werden, und zwar soll der Bezirk A. 6 *HL.* liefern, wenn der Bezirk B. nur 4 *HL.* liefert. Wie viel kommt auf jeden Bezirk?

5) Zwei Capitalisten berechnen ihr Vermögen; es ergibt sich, daß A. doppelt so reich ist als B. und daß sie zusammen 39000 fl. besitzen; wie reich ist nun jeder?

6) Drei Frauen kaufen zusammen ein Stück Seidenzeug für 100 fl. A. nimmt davon 20 Meter, B. 30 Meter, C. 25 Meter. Wie viel Geld wird eine jede bezahlen müssen?

7) Zwei Mädchen kaufen einen Zuckerhut, der 15 ℔ wiegt, um 5 fl. A bekommt davon 7 ℔ und B. 8 ℔; wie viel hat jede zu bezahlen?

8) Drei Kaufleute verdienen bei einem Unternehmen 600 fl. Wie viel erhält jeder derselben, da A. 1200, B. 800, und C. 400 fl. zu diesem Unternehmen gegeben hat?

9) An einem Handel, den 3 Personen gemeinschaftlich betreiben, und zu dem A. 25, B. 75 und C. 125 fl. gegeben hatte, werden 45 fl. verdient. Wie viel erhält jede von dem Gewinne nach Verhältniß der Beiträge?

10) Bernhard kauft mit seinem Bruder Johann einen Garten, der 56 □Meter groß ist; Bernhard zahlt zur Deckung des Kaufschillings 200 fl. und Johann 150 fl. Wie viel □m. erhält Jeder hievon, da sie ihn nach Verhältniß ihres Beitrags theilen wollen?

---

2) Zusammengesetzte Theilungs- und Gesellschaftsrechnung.

Beispiel: Zwei Bauern miethen eine Wiese für 31 fl. A. läßt 8 Kühe 4 Wochen lang, B. 6 Kühe 5 Wochen lang darauf weiden; was muß jeder zahlen?

Berechnung:

Wäre die Zeit gleich, so könnte der Beitrag der Miethe nach der Zahl der Kühe berechnet werden. Um nun gleiche Zeit heraus zu bringen, berechnet man, wie folgt:

Läßt A. 8 Stück Vieh 4 Wochen lang darauf weiden, so könnte er eben so leicht 4 × 8 Stück Vieh = 32 Stück 1 Woche lang darauf weiden lassen; eben so könnte B., statt 6 Stück 5 Wochen lang, 5 × 6 = 30 Stück 1 Woche lang darauf weiden lassen. 32 Stück und 30 Stück zusammen machen 62 Stück. Wenn nun für 62 Stück 31 fl. Miethe gezahlt werden muß, so kommt auf 1 Stück $^{31}/_{62}$ = $^{1}/_{2}$ fl.; A mit 32 Stück muß daher $^{32}/_{2}$ = 16 fl. und B. mit 30 Stück $^{30}/_{2}$ = 15 fl. Miethe bezahlen.

11) An einem Flußufer arbeiten aus dem Orte A. 10 Arbeiter 3 Wochen, aus dem Orte B. 8 Arbeiter 5 Wochen und aus dem Orte C.

5 Arbeiter 4 Wochen. Wie viel wird jeder Ort erhalten, wenn für diese Arbeit 270 fl. gezahlt wird?

12) Zu einem Handel hat A. 200 fl. auf 6 Monate und B. 300 fl. auf 5 Monate hergegeben. Sie haben damit 90 fl. gewonnen; wie viel erhält Jeder von dem Gewinne?

13) In einem Testamente vermachte ein Herr seinen Dienstboten 1000 fl. und zwar nach Verhältniß ihres Lohnes und ihrer Dienstjahre. Der Kutscher bekam jährlich 40 fl. Lohn und hatte 5 Jahre bei ihm gedient; die Köchin bekam jährlich 30 fl. Lohn und hatte 10 Jahre bei ihm gedient. Wie viel erhielt der Kutscher und wie viel die Köchin?

14) Ein Kaufmann versendet Waaren nach 2 verschiedenen Orten und braucht dazu 2 Fuhrleute, denen er 20 Thlr. Fracht gibt. A. fährt 15 Ctr. 20 Meilen weit, B. 20 Ctr. 10 Meilen weit. Wie viel wird Jeder von diesen 20 Thalern Fracht bekommen?

15) Der Fuhrmann A. hat 20 Fuhren 5 Meilen weit gethan, der Fuhrmann B. 25 Fuhren 6 Meilen weit; beide zusammen erhielten hiefür 200 fl. Wie viel kommt hievon auf Jeden?

16) Zu einem Unternehmen gibt A. ein Capital von 1000 fl. auf 8 Monate und B. ein solches von 2000 fl. auf 3 Monate. Sie gewinnen damit 700 fl. Wie viel bekommt A. und wie viel B. von dem Gewinne?

Zifferrechnen.

1) Einfache Theilungs- und Gesellschaftsrechnung.

1. Beispiel: 3600 fl. werden unter drei Personen in der Art vertheilt, dass, wenn A. 3 fl. erhält, B. nur 2 und C. nur 1 fl. bekommt. Wie viel erhält jede Person?

Berechnung:

A. erhält 3 Theile
B. „ 2 „
C. „ 1 „

Dies sind zusammen 6 Theile. Nun entsteht vor Allem die Frage:

Wie viel beträgt ein Theil?

6 Theile betragen 3600 fl.
1 Theil beträgt 6 | 3600 = 600 fl.

A. mit 3 Thl. erhält daher $3 \times 600 = 1800$ fl.
B. „ 2 Thl. „ „ $2 \times 600 = 1200$ fl.
C. „ 1 Thl. „ „ $1 \times 600 = 600$ fl.
Summa wie oben 3600 fl.

2. Beispiel: A., B. und C. unternehmen ein gemeinschaftliches Geschäft. A. gibt hiezu 500, B. 700, C. 800 fl. Sie gewinnen aber Nichts, sondern verlieren in Allem 80 fl. Wie viel hat von diesem Verluste Jeder zu tragen?

Vorbereitende Rechnung:

A. 500 fl.
B. 700 fl.
C. 800 fl.
2000 fl.

Die Einlagen von A., B. und C. betragen nach der nebenstehenden Addition 2000 fl. Da sie mit dieser Summe 80 fl. verloren, so fragt sich, wie viel A., der 500 fl. eingelegt hat, wie viel B. und wie viel C. an dem Verluste zu tragen haben. Die Beantwortung erfordert daher drei Rechnungen.

a) Ohne Ansatz:

2000 fl. verlieren 80 fl.

1 fl. verliert den 2000. Theil von 80 fl. $= \frac{80}{2000} = \frac{1}{25}$ fl.
A. mit der Einlage von 500 fl. $500 \times \frac{1}{25} = \frac{500}{25} = 20$ fl.
B. „ „ „ „ 700 fl. $700 \times \frac{1}{25} = \frac{700}{25} = 28$ fl.
C. „ „ „ „ 800 fl. $800 \times \frac{1}{25} = \frac{800}{25} = 32$ fl.
Summa wie oben 80 fl.

Wenn mit 2000 fl. 80 fl. verloren werden, so hat A. mit 500 fl. Einlage 20 fl. Verlust zu tragen, B. mit 700 fl. Einlage 28 fl. und C. mit 800 fl. Einlage 32 fl.

b) Nach dem Zweisatze in Bruchform:

Die vorbereitende Rechnung, wie oben im Zweisatze.

I. Rechn.:

$$\text{Verlust fl.?}\ \frac{\overset{4}{\cancel{80}} \times \cancel{500}}{\cancel{2000}} = 20 \text{ fl. verliert A.}$$

II. Rechn.:

$$\text{Verlust fl.?}\ \frac{\overset{4}{\cancel{80}} \times \cancel{700}}{\cancel{2000}} = 28 \text{ fl. verliert B.}$$

III. Rechn.:

$$\text{Verlust fl.?}\ \frac{\overset{4}{\cancel{80}} \times \cancel{800}}{\cancel{2000}} = 32 \text{ fl. verliert C.}$$

Der ganze Verlust beträgt demnach 80 fl. wie oben.

Jn den zwei ersten Beispielen sind die Verhältnisszahlen, nach welchen die Theilung vorgenommen werden soll, geradezu angegeben; in den nun folgenden Beispielen sollen diese Verhältnisszahlen erst aus den in den Exempeln enthaltenen Angaben genau erforscht und bestimmt bezeichnet werden.

3. Beispiel: A, B und C haben ein Vermächtniss von 1880 fl. zu theilen, wobei bestimmt ist, dass A $^1/_3$, B $^1/_4$ und C $^1/_5$ bekommen soll. Wie viel erhält Jeder?

Berechnung:

60

$^1/_3$	20	$^1/_3$ ist demnach gleich $^{20}/_{60}$.
$^1/_4$	15	$^1/_4$ „ „ „ $^{15}/_{60}$.
$^1/_5$	12	$^1/_5$ „ „ „ $^{12}/_{60}$.
	47 Theile.	

Hier bezeichnen die Zahlen das Verhältniss des einen Antheils zum andern. Bringen wir die 1880 fl. in 47 Theile, so erhält A hievon 20, B 15 und C 12 Theile.

Wenn 47 Theile 1880 fl. erhalten, dann kommt auf einen Theil der 47. Theil von 1880 fl. = 40 fl.

A mit 20 Theilen erhält daher $20 \times 40 = 800$ fl.
B „ 15 „ „ „ $15 \times 40 = 600$ „
C „ 12 „ „ „ $12 \times 40 = 480$ „
wie oben 1880 fl.

4. Beispiel: Von 34000 fl. will A $^2/_3$ und B $^3/_4$ des Ganzen haben. Wie viel kann Jeder nach Verhältniss seiner Forderung nur bekommen?

Berechnung:

12

$^2/_3$	4 = 8
$^3/_4$	3 = 9
	17

Beide Brüche müssen vor Allem gleichnamig gemacht werden. $^2/_3 = {}^8/_{12}$, $^3/_4 = {}^9/_{12}$. 8 und 9 = 17. A erhält demnach 8 und B 9 Theile. Summa 17 Theile.

a) Nach dem Zweisatze:

17 Theile 34000 fl.
1 „ 17 | 34000 = 2000 fl.
A mit 8 Thl. $8 \times 2000 = 16000$ „
B „ 9 „ $9 \times 2000 = 18000$ „
Summa wie oben 34000 fl.

b) Nach dem Dreisatze:

$$\text{fl.}\ ?\ \frac{\overset{2000}{34000}}{17} = 2000\ \text{fl. kommt auf 1 Theil.}$$

Das Uebrige wie bei dem Zweisatze.

17) 3 Kaufleute legen zu einem Geschäfte eine gewisse Summe zusammen; nämlich A 800, B 600 und C 300 fl. Bei Abrechnung findet sich ein Gewinn von 3400 fl. Wie viel gebührt einem Jedem verhältnissmässig?

18) A und B handeln zusammen. A legt 1400, B 1800 fl. ein. Sie gewinnen 800 fl. Was bekommt davon Jeder?

19) D stirbt und hinterlässt ein Vermögen von 5000 Thalern. Aber er schuldet an A 3000 Thlr., an B 2500 Thlr. und an C 2000 Thlr. Da die Summe der Schulden mehr beträgt, als das Vermögen, so können natürlich die drei Gläubiger nicht ihr volles Capital zurückerhalten, sondern jeder kann von den 5000 Thlr. nur so viel erhalten, als nach Verhältniss seines Capitals auf ihn kommt. Wie viel wird jeder Einzelne demnach empfangen?

20) C, D und E handeln zusammen. C hat 1500, D 800, E 1700 fl. eingelegt. Sie gewinnen 2500 fl. Wie viel bekommt davon Jeder?

21) August muss sein ganzes Vermögen seinen Gläubigern überlassen. Das Gut wird verkauft für 3200 fl., 3 einzelne Felder, die nicht zum Gute gehörten, für 800 fl.; das Geschirr und Hausgeräthe für 400 fl. Dagegen haben zu fordern A 4000, B 450, C 1500, D 350, E 300 fl. Wie viel kann Jeder nur bekommen?

22) 3000 fl. sollen in 4 Theile: a, b, c, d so vertheilt werden, dass die Theile sich zu einander verhalten, wie die Zahlen 3, 4, 5, 6. Wie viel beträgt jeder der vier Theile?

23) 9000 fl. sollen unter 3 Personen nach Verhältniss ihres Alters vertheilt werden. Nun ist B um die Hälfte älter als A, C doppelt so alt als A. Wie viel erhält eine Jede?

24) Jemand verordnet in einem Testamente, dass A die Hälfte seines Vermögens, B $^{2}/_{5}$, C $^{1}/_{20}$, D $^{1}/_{70}$ und E $^{1}/_{28}$ im Betrage zu 1000 fl. haben soll. 1) Wie viel beträgt das Ganze? 2) Wie viel bekommt ein Jeder?

25) 4000 fl. sollen in 4 Theile: a, b, c, d nach dem Verhältnisse der Zahlen 10, 12, 15, 8 getheilt werden. Wie viel kommt auf jeden Theil?

26) A, B, C beerben ihren Vetter D. Dieser hinterliess 2250 fl. mit der Bestimmung, dass B so oft 1 fl. bekommen soll, als A $^{1}/_{3}$ und C $^{3}/_{4}$ fl. Wie viel bekommt Jeder?

---

2. Zusammengesetzte Theilungs- u. Gesellschafts-Rechnung.

Beispiel: Vier Personen übernehmen gemeinschaftlich die Ausgrabung eines Teiches für 280 fl. A stellt dazu 4 Arbeiter 20 Tage lang, B 10 Arbeiter 9 Tage lang, C 5 Arbeiter 14 Tage lang und D 12 Arbeiter 10 Tage lang. Wie viel wird jede dieser Personen bekommen?

Berechnung:

Vorbemerkung: 4 Arbeiter machen in 20 Tagen gerade so viel, als $4 \times 20 = 80$ Arbeiter in 1 Tage, oder als 1 Arbeiter in 4×20 Tagen. Die Zahl der Arbeiter und Tage muss daher miteinander multiplicirt werden.

A. $4 \times 20 = 80$ Tage
B. $10 \times 9 = 90$ „
C. $5 \times 14 = 70$ „
D. $12 \times 10 = 120$ „
360 Tage.

Da die 280 fl. in 360 Tagen verdient werden; wie viel erhält A für 80, B für 90, C für 70, D für 120 Tage?

A $360 : 80 = 280 : x$ fl. $= 62\frac{2}{9}$ fl.
B $360 : 90 = 280 : x$ „ $= 70$ „
C $360 : 70 \quad 280 : x$ „ $= 54\frac{4}{9}$ „
D $360 : 120 = 280 : x$ „ $= 93\frac{1}{3}$ „
wie oben 280 fl.

27) Die 3 Bauern A, B und C erhielten für die Verpflegung einer gewissen Anzahl Soldaten 40 fl. Vergütung. A hatte 7 Mann 10 Tage, B 12 Mann 5 Tage, C 15 Mann 8 Tage im Quartier gehabt. Wie viel bekommt Jeder von den 40 fl.?

28) D, E, F haben eine gemeinschaftliche Arbeit übernommen für 100 fl. D arbeitet daran 40 Tage täglich 8 Stunden, E 50 Tage täglich 10 Stunden, F 40 Tage täglich $9\frac{1}{2}$ Stunden. Wie viel erhält Jeder?

29) Drei Metzger pachten gemeinschaftlich eine Wiese für $76\frac{2}{3}$ Thlr. A schickt darauf 10 Kühe 60 Tage lang, B 25 Kühe 36 Tage lang, C 16 Kühe 50 Tage lang. Wie viel Pachtgeld hat Jeder zu zahlen?

30) Von 6 Fuhrleuten wird ein Gütertransport übernommen. A stellt 8 Pferde auf 5 Tage, B 9 Pferde auf 7 Tage, C 12 Pferde auf 4 Tage, D 10 Pferde auf 6 Tage, E 15 Pferde auf 4 Tage und F 6 Pferde auf 8 Tage. Sie erhalten zusammen $239\frac{1}{4}$ fl.; wie viel hievon Jeder?

31) Drei Mühlen und zwar A mit 3 Mahlgängen, B mit 4 und C mit 5 Mahlgängen hatten 248 *HL.* Korn vermahlen. Die Mühle A arbeitete 18, die B 16 und die C 14 Stunden. Wie viel *HL.* hat jede derselben gemahlen?

32) Das Einebnen eines Hügellandes wird für 6500 fl. von Arbeitern ausgeführt, die vier Abtheilungen bilden. Die Abtheilung A besteht aus 18, B aus 25, C aus 35 und D aus 24 Arbeitern. Die Abtheilung A arbeitet 20 Tage, B 12 Tage, C 8 Tage und D 15 Tage. Wie viel erhält jede dieser Abtheilungen?

33) Durch drei Fuhrleute wird ein Schutthaufen für 87 fl. weggeschafft. A fährt mit 3 Pferden 6 Tage, B mit 2 Pferden 8 Tage und C mit 4 Pferden 6 Tage. Wie viel hat jeder Fuhrmann an obigem Fuhrlohn zu fordern?

34) Vier Mädchen sollten sich in 515 Meter Band theilen und zwar so, dass das erste und zweite Mädchen gleichviel erhielten, das dritte so viel, als das 1. und 2. zusammen, und endlich das vierte 3mal so viel, als das dritte. Wie viel Meter bekam jedes?

35) Vier Fuhrleute nehmen einen Transport von Steinen in Accord und erhalten 500 fl. österr. W. A stellt 8 Pferde auf 12 Tage, B 9 Pferde auf 15 Tage, C 7 Pferde auf 14 Tage, D 10 Pferde auf 10 Tage. Was erhält jeder derselben von obiger Summe?

36) Vier Personen bauen gemeinschaftlich ein Haus. A gibt hiezu sogleich 6000 fl., B nach 3 Monaten 5200 fl., C in 4 Monaten nach Beginn 3750 fl. und D in 6 Monaten 4500 fl. 8 Monate nach Beginn des Baues ist derselbe vollendet und wird für 24000 fl. verkauft. Was erhält jede der 4 Personen?

IX. Alligations- oder Mischungsrechnung in Verbindung mit der Gold- und Silberrechnung.

Nicht selten werden theils trockene, theils flüssige Körper mit einander vermischt. Sind flüssige z. B. Wasser und Wein mit einander vermischt, so nennt man das Verbundene ein Gemisch; sind trockene Körper, die sich in ihrer Verbindung noch unterscheiden lassen, mit einander vermischt, so nennt man dies auch ein Gemenge; müssen die Körper, um mit einander verbunden zu werden, durch das Feuer flüssig gemacht werden, wie dies bei

den Metallen der Fall ist, so nennt man diese Verbindung Legirung. Die mit einander verbundenen Stoffe nennt man Ingredienzien oder Bestandtheile; das mit einander Verbundene heißt man Mischung.

Wenn die edlen Metalle Gold und Silber, gar keinen Zusatz von andern Metallen haben, so nennt man sie fein (rein); sie kommen aber im Handel in diesem Zustande nur selten vor. Gewöhnlich wird ihnen ein Zusatz von geringerem Metall, wozu man sich meist des Kupfers bedient, beigemischt. Dieses Mischen nennt man, wie wir soeben gehört haben, Legiren, beim Golde auch Karatiren.

Das Gewicht der Gold- und Silbermünzen wurde früher in Deutschland nach der kölnischen Mark, jetzt wird es aber nach dem Zollpfund angegeben. Um nämlich bestimmen zu können, wie viel Zusatz im edlen Metall ist, gibt man an, wie viel edles Metall in einer Mark oder einem Zollpfund des legirten Goldes oder Silbers enthalten ist. Die Mark Silber wird in 16 Loth à 18 Grän, die Mark Goldes in 24 Karat à 12 Grän, daher die Mark beider edler Metalle in 288 Grän eingetheilt.

Die kölnische Mark, deren man sich in Deutschland früher bediente, ist die Hälfte eines Pfundes. Das Gewicht derselben ist aber in den verschiedenen Staaten Deutschlands nicht ganz von gleicher Schwere. In den deutschen Zollvereinsstaaten ist die Schwere von 233,8555 franz. Grammen als die Schwere der allgemeinen deutschen Vereinsmark angenommen worden.

Das Zollpfund, welches seit 24. Januar 1857 als Münzpfund in Deutschland mit Oesterreich und Liechtenstein eingeführt ist, wiegt 500 Grammen und wird eingetheilt in Tausendtheile mit dreimaliger Abstufung. Das Mischungsverhältniß der Vereinsmünzen sowohl in Silber, als auch in Gold wurde auf 900 Tausendtheile (Tsdthl.) Silber oder Gold und 100 Tsdthl. Kupfer festgesetzt.

Jetzt wird das Münzpfund nicht blos als Münzgewicht, sondern auch als Gewicht für Gold- und Silberwaaren in den meisten deutschen Staaten angewendet. In Bayern hat nach einer allerhöchsten Verordnung vom 28. October 1868 die Feingehaltsbezeichnung ausschließlich nach Hunderttheilen des Mischungsverhältnisses zu geschehen, was der Bezeichnung in Tausendtheilen ganz gleich kommt.

Die Menge des in einer legirten Masse enthaltenen reinen edlen Metalls heißt man Feingehalt oder Gehalt der Masse. Das Gewicht, durch welches der Feingehalt ausgedrückt wird, nennt man das Feingewicht. Das volle Gewicht des legirten Metalls mit Einschluß des Zusatzes, heißt das Rauhgewicht.

Der Preis für das Zollpfund feinen Goldes ist 805—821 fl. südd. W. oder 460—469 Thlr. preuß. oder 690—703 fl. österr. W.

Der Preis für das Zollpfund feinen Silbers ist $52^1/_4$—$52^1/_2$ fl. südd. W. oder $29^3/_4$—30 Thlr. preuß. oder $44^3/_4$—45 fl. österr. Währ.

Die außerdeutschen Länder haben meistens für Gold oder Silber andere Gewichtsverhältnisse und auch andere Bezeichnungen des Feingehaltes.

Wird Gold oder Silber eingeschmolzen, so wird es gewöhnlich entweder in Stangen gegossen, die man Barren nennt, oder in mehr breite Stücke, Planschen genannt.

Bei der Vermischungsrechnung muß in den mit einander vermischten Körpern die Quantität und die Qualität derselben unterschieden werden. Die Quantität gibt die Menge oder Größe einer Sache an und diese wird durch das Maß, Gewicht ꝛc. ausgedrückt; unter Qualität versteht man den Werth der Sache, der durch den Preis und die Güte derselben bezeichnet wird. Wenn ich z. B. 400 ℔. Caffee à 40 Kr. pr. ℔. erhalte, so bilden die 400 ℔. die Quantität, und die 40 Kr., als der Preis für jedes ℔., die Qualität. Wenn 1 Leuchter $1^1/_2$ ℔. Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt enthält, so ist durch die $1^1/_2$ ℔. oder durch das Gewicht des Leuchters die Quantität ausgedrückt, durch „800 Tsdthl." die Qualität.

Bei der Alligations- oder Vermischungsrechnung in Verbindung mit der Gold- und Silberrechnung ist vor Allem die Qualität und die Quantität der Bestandtheile und die Qualität und die Quantität der Mischung zu unterscheiden. Sie lehrt:

1) den Gehalt und Preis einer Einheit der Mischung aus der Menge und dem Werthe der zu mischenden Dinge finden,
2) die Qualität der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers aus dem Gewichte der ganzen Masse und aus der Qualität der Mark ermitteln,
3) das Gewicht der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers aus der Qualität des rauhen Pfundes oder der rauhen Mark und der Qualität der ganzen Masse aufsuchen,
4) den Werth des feinen aus dem Werthe des legirten Goldes oder Silbers und umgekehrt des legirten aus dem Werthe des feinen ꝛc. bestimmen,
5) den Werth eines der Bestandtheile aus dem Werthe der andern zu mischenden Dinge und aus dem Werthe der Mischung berechnen,
6) die Quantitäten der Mischungssorten aus der Qualität und Quantität der Mischung und der Qualität der Mischungssorten bestimmen,
7) das Quantum eines nach dem Werthe bezeichneten Bestandtheiles zur Mischung aus dem Quantum und der Qualität der andern Bestandtheile bestimmen,

8) den durch die Mischung entstehenden Gewinn oder Verlust berechnen,
9) das Mischungsverhältniß bei mehr als 2 Stoffen ermitteln und
10) die Alligationsrechnung auf ähnliche Verhältnisse anwenden.

Kopfrechnen.

1) Bestimmung des Gehaltes und Preises einer Einheit der Mischung (aus der Menge und dem Werthe der zu mischenden Dinge).

1. Beispiel: In 6 ℔ legirtem Silber sind 4800 Tausendtheile reines Silber und 1200 Tsdthl. Zusatz; welches ist der Feingehalt?

Berechnung: Wenn in 6 ℔ 4800 Tsdthle. feines Silber enthalten sind, so enthält 1 ℔ den 6. Theil von 4800 Tsdthl. = 800 Tsdthle. Feingehalt.

2. Beispiel: Wie viel edles Metall ist in 6 ℔ Silber enthalten, das 800 Tsdthle. Feingehalt hat?

Berechnung: Wenn 1 ℔ 800 Tsdthl. reines Silber hat, so haben 6 ℔ $6 \times 800 = 4800$ Tsdthl. reines Silber, die übrigen Tsdthle. sind Zusatz.

3. Beispiel: Ein silberner Pokal wiegt 3 ℔, enthält aber nur 2 ℔ feinen Silbers; welchen Feingehalt hat er?

Berechnung: Der Pokal wiegt 3 ℔, enthält an feinem Silber aber nur 2 ℔, ist daher nur $^2/_3$gehaltig. Da 1 ℔ = 1000 Tsdthle. ist, so ist der Pokal $^2/_3 \times 1000 = {}^{2000}/_3 = 666{,}6$ Tsdthle. fein.

4. Beispiel: Wenn man zu 4 ℔ Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt noch 1 ℔ feines Silber zusetzt, welchen Feingehalt hat es dann?

Berechnung: Da zu 4 ℔ Silber noch 1 ℔ kommt, so werden es 5 ℔. Die 4 ℔ von 800 Tsdthl. fein enthalten $4 \times 800 = 3200$ Tsdthl. feinen Silbers, dazu noch 1 ℔ von 1000 Tsdthl. gibt 4200 Tsdthl. fein. Wenn nun 5 ℔ 4200 Tsdthl. feines Silber enthalten, so enthält 1 ℔ den 5. Theil hievon = 840 Tsdthl. feines Silber.

5. Beispiel: Ein Wirth hat 2 Sorten Wein, das Liter (Kanne) zu 24 Kr. und zu 30 Kr. Er mischt ein Quantum der ersten Sorte mit einem eben so großen Quantum der zweiten Sorte; was ist das Liter der Mischung werth?

Berechnung: Wenn 1 Liter zu 24 kr. und 1 Liter zu 30 kr. gemischt werden, so kosten 2 Liter der Mischung 24 + 30 = 54 kr., 1 Liter derselben die Hälfte von 54 = 27 kr.

6. Beispiel: Man mischt 2 Sorten Silber, nämlich 2 ℔ von 800 Tsdthl. und 3 ℔ von 600 Tsdthl. Feingehalt; welchen Feingehalt hat die Mischung?

Berechnung: 2 ℔ von 800 Tsdthl. Feinhehalt enthalten 2 × 800 = 1600 Tsdthl. feines Silber, 3 ℔ von 600 Tsdthl. 3 × 600 = 1800 Tsdthl. fein, die 2 und 3 = 5 ℔ enthalten daher 1600 und 1800 = 3400 Tsdthle. fein, 1 ℔ den 5. Theil von 3400 = 680 Tsdthle. Die Mischung hat daher einen Feingehalt von 680 Tsdthln.

7. Beispiel: 3 Flaschen Wein à 50 kr., 3 Flaschen Wein à 40 kr. und 4 Flaschen à 30 kr. werden mit einander vermischt; wie viel ist eine Flasche der Mischung werth?

Berechnung: 3 Flaschen à 50 kr. = 2 fl. 30 kr.
3 „ „ 40 „ = 2 „ — „
4 „ „ 30 „ = 2 „ — „

Die 10 Flaschen kosten daher . 6 fl. 30 kr.

1 Flasche kommt sonach auf den 10. Theil von 6 fl. = $^6/_{10}$ fl. = 36 kr. und den 10. Theil von 30 kr. = 3 kr.; 36 + 3 = 39 kr.; 1 Flasche ist folglich 39 kr. werth.

1) Welchen Feingehalt hat ein silberner Altarleuchter von 8 ℔ Gewicht, wenn er 6 ℔ feinen Silbers enthält?

2) Ein silbernes Kruzifix von 4 ℔ Gewicht hat $3^1/_2$ ℔ feinen Silbers; welchen Feingehalt hat es?

3) Ein Silberarbeiter schmelzt 1 ℔ von 700 Tsdthl. Feingehalt mit 1 ℔ von 800 Tsdthl. Feingehalt Silber zusammen; was für ein Mittelgehalt wird daraus entstehen?

4) Was für ein Mittelgehalt entsteht, wenn man Silber von 650 Tsdthl. Feingehalt, dann solches von 850 Tsdthl. und endlich von 900 Tsdthl. Feingehalt zusammenschmelzt und hiebei von einer dieser 3 Sorten so viel nimmt, als von der andern?

5) Wie viel Tsdthl. fein werden 6 ℔ Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt durch den Zusatz von 2 ℔ Kupfer?

6) Ein Goldarbeiter vermischt 4 ℔ Goldes von 750 Tsdthl. Feingehalt mit 1 ℔ feinem Golde; welchen Feingehalt hat die Mischung?

7) Jemand mischt unter 48 Liter Wein à 40 kr. 12 Liter Wasser; wie viel ist eigentlich 1 Liter dieser Mischung werth?

8) Es mischt Jemand 5 ℔ guten Rauchtabak mit 6 ℔ einer schlechteren Sorte; von der bessern kostet das ℔ 1 fl. 12 kr., von der schlechteren 50 kr.; wie viel ist 1 ℔ der Mischung werth?

9) Ein Pferdebesitzer kaufte 5 *HL.* Haber à 4 fl. und 6 *HL.* à 5 fl. und vermengte denselben. Wie theuer kommt ihm 1 *HL.* hievon?

10) Jemand kaufte 6 ℔ Tabak, das ℔ zu 1 fl. 20 kr., und 5 ℔, das ℔ zu 48 kr.; er vermengte nun beide Sorten; wie hoch kam das ℔ dieser Mischung?

11) Ein Kaufmann mischt 2 Sorten Caffee, wovon 1 ℔ der besseren Sorte 32 kr. kostet, 1 ℔ der schlechteren 27 kr.; was ist 1 ℔ der Mischung werth?

12) Jemand kaufte 4 ℔ Caffee à 35 kr. und 2 ℔ à 30 kr. und vermengte beide Sorten; wie viel ist das ℔ der Mischung werth?

13) 3 *HL.* Wein à 66 fl., 2 *HL.* Wein à 70 fl. und 1 *HL.* à 62 fl. wurden mit einander vermischt; wie hoch kommt 1 *HL.* der Mischung?

---

2) Bestimmung der Qualität der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus dem Gewichte der ganzen Masse und aus der Qualität des Pfundes.)

Beispiel: Eine Zuckerdose ist 1 ℔ 250 Tsdthle. schwer und aus Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt verfertigt; wie viel feines Silber enthält sie?

Berechnung: 1 ℔ 250 Tsdthl. = $1\frac{1}{4}$ ℔; sie enthalten daher 1×800 und $\frac{1}{4} \times 800 = 200$, also zusammen 1000 Tsdthle. oder 1 ℔ feines Silber.

14) Wie viel feines Gold ist in 4 ℔ enthalten, welches 850 Tsdthle. Feingehalt hat?

15) Ein Silberbarren wiegt 8 ℔ und besteht aus Silber von 700 Tsdthl. Feingehalt; wie viel feines Silber enthält er?

16) Eine Stange Goldes ist 4 ℔ schwer und hat einen Feingehalt von 900 Tsdthl.; wie viel feines Gold enthält die ganze Stange?

17) Ein silberner Löffel, der aus Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt gemacht ist, wiegt 125 Tsdthle.; wie viel feines Silber enthält er?

---

3) Bestimmung des Gewichts der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus der Qualität des rauhen Pfundes und der Qualität der ganzen Masse).

Beispiel: In einer Masse Silbers von 800 Tsdthl. Feingehalt sind 4 ℔ feines Silber enthalten; wie schwer ist die ganze Masse?

Berechnung: 4 ℔ feines Silber = 4000 Tsdthle. fein. Da die Masse nur 800 Tsdthle. Feingehalt hat, so machen schon 800 Tsdthl. fein mit Zusatz 1 ℔ rauh. So oft daher 800 in 4000 enthalten sind, so viel wiegt die ganze Masse = 5 ℔.

18) Ein Silberarbeiter hat aus $4^1/_2$ ℔ feinen Silbers durch den nöthigen Zusatz von Kupfer Silber von 900 Tsdthl. Feingehalt gemacht; wie viel ℔ erhielt er daraus?

19) Eine Stange Goldes von 700 Tsdthl. Feingehalt enthält 5 ℔ feines Gold; wie schwer wird die ganze Stange sein?

20) Wie schwer wiegt ein Gefäß, das $1^1/_2$ ℔ Silber enthält und einen Feingehalt von 800 Tsdthl hat?

21) Ein Stück Goldes von 700 Tsdthl. Feingehalt enthält 2 ℔ feines Gold; wie schwer ist die ganze Masse?

---

4) Bestimmung des Werthes des feinen Goldes und Silbers

(aus dem Werthe des legirten und umgekehrt des legirten aus dem Werthe des feinen 2c.)

1. Beispiel: Wenn das ℔ feinen Silbers 45 fl. österr. Währ. kostet, wie hoch kommt dann das ℔ von 900 Tsdthl. Feingehalt?

Berechnung: 1 ℔ von $^{900}/_{1000}$ = $^9/_{10}$ Feingehalt kostet nur $^9/_{10}$ von 45 = 40,5 fl. österr. Währ.

2. Beispiel: Wie hoch kommen 5 ℔ Gold von 800 Tsdthl. Feingehalt, wenn das ℔ feinen Goldes 812 fl. südd. W. kostet?

Berechnung: Die 5 ℔ von 800 Tsdthl. fein machen 5 × 800 = 4000 Tsdthl. Feingehalt. Da 1000 Tsdthl. fein 812 fl. kosten, so kosten 4000 Tsdthl. 4 × 812 = 3248 fl.

3. Beispiel: Wie theuer kommt 1 ℔ feines Silber, wenn 1 ℔ von 800 Tsdthl. Feingehalt zu 24 Thlr. berechnet wird?

Berechnung: 1000 Tsdthl. fein geben 800 und 200 Tsdthl. fein. Die 800 Tsdthl. fein kosten 24 Thlr., dann die 200 Tsdthl. welche $^1/_4$ von 800 Tsdthl. sind, $^1/_4$ von 24 Thlr. = 6 Thlr. Die 1000 Tsdthl. fein kosten daher 24 + 6 = 30 Thlr.

22) 2 ℔ feinen Goldes kosten 920 Thlr. preuß.; wie hoch kommt 1 ℔ von 900 Tsdthl Feingehalt?

23) 4 ℔ feinen Silbers werden mit 210 fl. südd. Währ. gezahlt; wie hoch kommt 1 ℔ von 800 Tsdthl. Feingehalt?

24) Wie hoch kommen 3 ℔ Gold von 900 Tsdthl. Feingehalt, wenn das ℔ feinen Goldes 700 fl. österr. W. kostet?

25) Wenn 1 ℔ feinen Silbers 30 Thlr. preuß. kostet, wie hoch kommen 3 ℔ von 900 Tsdthl. Feingehalt?

26) Wie hoch kommt das ℔ feinen Goldes, wenn das ℔ von 750 Tsdthl. Feingehalt 606 fl. südd. Währ. kostet?

---

5. Bestimmung des Werths eines der Bestandtheile (aus dem Werthe der andern zu mischenden Dinge und aus dem Werthe der Mischung).

1. Beispiel: 3 ℔ Gold von 700 Tsdthl. Feingehalt werden mit 2 ℔ einer besseren Sorte karatirt. Man erhält hierdurch Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt. Welchen Feingehalt hat die bessere Sorte?

Berechnung: Es werden legirt $3 + 2 = 5$ ℔; jedes ℔ der Mischung zu 800 Tsdthl. Feingehalt gibt $5 \times 800 = 4000$ Tsdthl. Feingehalt. Die 3 ℔ der geringeren Sorte von 700 Tsdthl. Feingehalt geben $3 \times 700 = 2100$ Tsdthl. fein. Diese 3 ℔ der geringeren Sorte von den 5 ℔ der Mischung abgezogen, bleiben 2 ℔ der besseren Sorte; die 2100 Tsdthl. der geringeren Sorte von 4000 Tsdthl. Feingehalt der Mischung abgezogen, bleiben 1900 Tsdthle., welche die 2 ℔ der besseren Sorte enthalten, 1 ℔ der besseren Sorte enthält daher die Hälfte von $1900 = 950$ Tsdthle. feines Silber.

2. Beispiel: In 10 ℔ Tabak, die zusammen 9 fl. kosten, sind 8 ℔ à 45 kr.; was kosten die 2 ℔ der besseren Sorte der Mischung?

Berechnung: Wenn 1 ℔ 45 kr. $= \frac{3}{4}$ fl. kostet, so kosten 8 ℔ $8 \times \frac{3}{4}$ fl. $= \frac{24}{4} = 6$ fl. Da aber die 10 ℔ 9 fl. kosten, so müssen die 2 ℔ der besseren Sorte auf 3 fl. zu stehen kommen; sonach kommt 1 ℔ auf $\frac{3}{2}$ fl. $= 1$ fl. 30 kr.

3. Beispiel: Jemand braucht 40 Liter Spiritus von 56 Grad, und er muß, um denselben zu erhalten, eine bessere Sorte mit 5 Liter Wasser verdünnen; wie viel gradig ist die bessere Sorte?

Berechnung: Der Spiritus soll 56 Grad enthalten; die bessere Sorte, die vorhanden ist, muß aber mit 5 Grad Wasser vermischt werden, damit man 40 Liter solchen Spiritus erhält; es müssen von der besseren Sorte sonach 35 Liter und dazu 5 Liter Wasser genommen werden. Da hiernach der Spiritus um $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ besser ist, als der 56gradige, der 7. Theil von 56 aber 8 ist, so muß eben deshalb auch der bessere $56 + 8 = 64$ Grad enthalten.

27) 1 ℔ feines Silber wird mit 4 ℔ einer geringeren Sorte so gemischt, daß man Silber von 600 Tsdthl. erhält; welchen Feingehalt hatte die geringere Sorte?

28) 2 Sorten Wein werden zu gleichen Theilen mit einander vermischt. Man erhält als Mittelpreis für 1 Liter 24 Sgr. Das Liter von der ersteren Sorte kostete 27 Sgr.; was kostet das Liter der zweiten?

29) 20 ℔ Tabak kosten 18 fl. südd. W.; darunter sind 12 ℔ à 50 Kr.; was kostet 1 ℔ der besseren Sorte?

30) 4 ℔ Silber von 900 Tsdthl. Feingehalt werden mit 2 ℔ einer geringeren Sorte legirt und man erhält dadurch Silber von 800 Tsdthl. Welchen Feingehalt hatte die geringere Sorte?

---

6. Bestimmung der Quantitäten der Mischungssorten (aus der Qualität und Quantität der Mischung und der Qualität der Mischungssorten).

(Bemerk. Die Beispiele von da an gehören nur für ganz geübte Kopfrechner.)

1. Beispiel: Ein Goldarbeiter braucht Gold von 800 Tsdthln. Feingehalt, hat aber kein anderes, als solches von 900 und von 600 Tsdthln. Feingehalt; wie viel muß er von beiden Sorten nehmen, um solches von 800 Tsdthln. Feingehalt daraus zu legiren?

Berechnung: Das ℔ soll 800 Tsdthl. Feingehalt enthalten. Wenn er 1 ℔ von 900 Tsdthl. fein nimmt, so verliert er daran 100 Tsdthl. fein Gold; nimmt er aber 1 ℔ von 600 Tsdthl. Feingehalt, so gewinnt er 200 Tsdthl. fein Gold; er muß daher so viel Theile der geringeren Sorte nehmen, als die bessere zu gut ist, also 100 Theile, und so viele Theile von der besseren Sorte, als die geringere im Vergleiche zur Mischungssorte zu gering ist, also 200 Theile, oder dies in einem kleineren Verhältniß ausgedrückt 1 Theil, z. B. 1 ℔ oder 1 Tsdthl. von der geringeren und 2 Theile von der besseren Sorte.

Auf andere Weise: Vergleicht man die bessere Sorte, also das Gold von 900 Tsdthln. Feingehalt, mit der verlangten Mittelsorte, also mit dem von 800 Tsdthl. Feingehalt, so sieht man, daß erstere um 100 Tsdthle. besser ist, als die Mittelsorte; man muß daher 100 Theile von der geringeren Sorte nehmen, um dieses Mißverhältniß auszugleichen. Die geringere Sorte, also das Gold von 600 Tsdthl. Feingehalt, ist um 200 Tsdthle. zu gering; zur Ausgleichung des Mißverhältnisses muß man daher 200 Theile von der besseren Sorte nehmen, also 100 Theile von der geringeren und 200 Theile von

der besseren Sorte, oder 1 Theil von der geringeren und 2 Theile von der besseren Sorte.

Aus Obigem ergibt sich nun folgendes: In diesen Rechnungen müssen die vorhandenen Sorten mit der Mittelsorte verglichen werden, und der höhere Gehalt der einen muß den niedern Gehalt der andern ausgleichen.

Diese Ausgleichung kann aber dadurch geschehen, daß man so viele Einheiten, als die bessere Sorte im Vergleich zu der vorhandenen Mittelsorte zu gut ist, von der geringeren Sorte nimmt; so viele Einheiten dagegen, als die geringere Sorte im Vergleiche zur Mittelsorte zu schlecht ist, von der besseren Sorte hinzuthut.

Nun kürzer: Die bessere Sorte ist um 100 zu gut, denn 800 von 900 bleibt 100, die schlechtere Sorte ist um 200 zu gering, denn 600 von 800 bleibt 200; daher müssen immer zu 100 Thei- von der schlechteren 200 Theile von der besseren Sorte genommen werden, oder 1 Theil von der schlechteren und 2 Theile von der besseren Sorte.

Die Probe, woraus die Richtigkeit zu ersehen ist, kann leicht gemacht werden. Um Gold von 800 Tsdthl. Feingehalt zu erhalten, nimmt man 1 *tt.* von der geringeren und 2 *tt.* von der besseren Sorte, also im Ganzen 3 *tt.* 1 *tt.* von der geringeren Sorte hat 600 Tsdthle. Feingehalt, 2 *tt.* von der besseren Sorte 2 × 900 = 1800 Tsdthle. Feingehalt, also zusammen 2400 Tsdthl.; die 3 *tt.* der Mischung à 800 Tsdthle. Feingehalt betragen ebenfalls 2400 Tsdthle. Feingehalt.

2. Beispiel: Ein Weinwirth will aus 2 Sorten Wein, das *HL.* zu 72 *fl.* und zu 36 *fl.*, einen Wein mischen, wovon das *HL.* 40 *fl.* kosten soll. Wie viel kann er von beiden Sorten nehmen?

Berechnung: Wenn er 1 *HL.* zu 72 *fl.* dazu verwendet, so verliert er daran 32 *fl.*, weil das *HL.* nur 40 *fl.* kosten soll; nimmt er aber 1 *HL.* zu 36 *fl.*, so gewinnt er daran 4 *fl.* Da nun die bessere Sorte um 32 zu gut, die schlechtere um 4 zu schlecht ist, so müssen 4 *HL.* von der bessern und 32 *HL.* von der schlechtern Sorte genommen werden, oder dies im kleineren Verhältnisse ausgedrückt: 1 *HL.* von der bessern und 8 *HL.* von der geringern Sorte.

3. Beispiel: Jemand will aus 2 Sorten Wein, wovon 1 *HL.* der bessern Sorte 40 *fl.* und der schlechtern 32 *fl.* kostet, so mi-

schen, daß das *HL.* der Mischung 35 *fl.* kosten soll; wie viel von beiden Sorten gehört zu 10 *HL.*?

Berechnung: Die bessere Sorte ist um 5 *fl.* zu gut, denn 35 von 40 bleibt 5, die schlechtere Sorte ist um 3 *fl.* zu schlecht, denn 32 von 35 bleiben 3; daher müssen immer 5 *HL.* von der schlechteren und 3 *HL.* von der besseren Sorte genommen werden, im Ganzen erhält man sonach 8 *HL.* der Mischung. Wenn auf 8 *HL.* der Mischung 5 *HL.* von der schlechtern und 3 *HL.* von der bessern Sorte kommen, so kommt auf 1 *HL.* der Mischung $^5/_8$ *HL.* der schlechtern und $^3/_8$ *HL.* der besseren Sorte, auf 10 *HL.* daher $10 \times {^5/_8} = {^{50}/_8} = 6^1/_4$ *HL.* der schlechteren und $10 \times {^3/_8} = {^{30}/_8} = 3^3/_4$ *HL.* der besseren Sorte. $6^1/_4 + {^3/_4}$ *HL.* $= 10$ *HL.*

31) 2 Sorten feines Mehl, die eine das Liter zu $7^1/_2$ *kr.*, die andere das Liter zu 9 *kr.*, sollen so vermischt werden, daß 1 Liter zu 8 *kr.* verkauft werden kann; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

32) Jemand will sein gutes Korn, von dem das *HL.* 6 *fl.* werth ist, mit dem schlechten, à 4 *fl.* für das *HL.* vermengen, um eine Sorte zu gewinnen, von der das *HL.* um $5^1/_2$ *fl.* verkauft werden kann; wie viel von jeder Sorte muß er zur Mischung nehmen?

33) Von einer Waare kostet 1 ℔ 18 *kr.*, von einer anderen gleichartigen 25 *kr.*; wie viel von beiden muß man mischen, wenn das ℔ 20 *kr.* werth sein soll?

34) Zweierlei Sorten Wein sollen gemischt werden. 1 Liter der besseren Sorte kostet 36 *kr.*, das Liter der schlechteren Sorte 24 *kr.* Wie viele Liter müssen von jeder Sorte genommen werden, wenn das Liter der Mischung 29 *kr.* kr. kosten soll?

35) Zu einer Mischung von 6 ℔ einer Waare sollen zweierlei Sorten genommen werden, wovon das Liter 30 *kr.* und 18 *kr.* kostet. Wie viel braucht man von jeder Sorte, wenn das ℔ des Mischlings 28 *kr.* kosten soll?

36) A. hat 2 Sorten Wein; die Flasche der einen kostet 6 Sgr., die Flasche der andern 13 Sgr. Er will aus beiden eine Sorte mischen, von welcher die Flasche 8 Sgr. kosten soll; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

7) Bestimmung des Quantums eines nach dem Werthe bezeichneten Bestandtheiles zur Mischung (aus dem Quantum und der Qualität der anderen Bestandtheile).

1. Beispiel: Zu 24 Liter Spiritus à 10 Sgr. ist eine Quantität Wasser gegossen worden, so daß nun das *L.* auf 9 Sgr. zu stehen kam. Wie viel *L.* Wasser wurden hinzugethan?

Berechnung: 24 *L.* à 10 Sgr. kosten 24 × 10 Sgr.; für 24 *L.* à 9 Sgr. bekommt man aber nur 24 × 9 Sgr., also 24 Sgr. zu wenig. Damit nun aber diese 24 Sgr. nicht verloren werden, so müssen die 24 *L.* Spiritus mit so viel *L.* Wasser vermengt werden, als 9 in 24 enthalten ist, also mit $2^2/_3$ *L.* Wasser.

Auf andere Weise: 24 *L.* à 10 Sgr. kosten 24 × 10 = 240 Sgr. Sollen diese durch den Preis von 9 Sgr. für das *L.* einkommen, so sind so viele *L.* hiezu nöthig, als 9 in 240 enthalten sind, also $26^2/_3$ *L.* Es müssen demnach unter die 24 *L.* Spiritus $2^2/_3$ *L.* Wasser gegossen werden.

Probe: 24 × 10 Sgr. = 240 Sgr., $24 + 2^2/_3 = 26^2/_3$ *L.* à 9 Sgr.; diese machen $26^2/_3 = {}^{80}/_3 \times 9 = {}^{720}/_3 = 240$ Sgr.

2. Beispiel: Wie viel *L.* Wein à 15 Sgr. muß man unter 60 *L.* Wein à 20 Sgr. mischen, damit die Mischung 18 Sgr. werth ist?

Berechnung: Die Sorte à 20 Sgr. ist um 2 Sgr. zu gut, die Sorte à 15 Sgr. aber um 3 Sgr. zu gering; daher müssen immer 3 *L.* von der bessern und 2 *L.* von der geringern Sorte genommen werden. Zu 60 *L.* der bessern Sorte oder 20 × 3 *L.*, müssen daher auch 20 × 2 = 40 *L.* der geringeren Sorte genommen werden.

37) Wie viel Wasser darf man unter 60 Liter oder Kannen Wein à 40 Xr. gießen, wenn das *L.* nur 30 Xr. kosten soll?

38) Wie viel Zusatz ist zu 10 ℔ feinen Silbers nöthig, wenn das ℔ Silber nur 800 Tsdthl. Feingehalt haben soll?

39) Wie viel Wasser muß man unter 50 *L.* Wein zu 45 Xr. mischen, wenn man das *L.* zu 30 Xr. verkaufen will?

40) Wie viel *L.* Wein zu 40 Xr. muß man unter 90 *L.* à 48 Xr. mischen, damit das *L.* der Mischung 45 Xr. werth ist?

41) Wie viel Tabak, das ℔ zu 36 Xr. muß zu 24 ℔ à 45 Xr. gemischt werden, damit das ℔ der Mischung 42 Xr. werth ist?

42) Es soll aus 6 ℔ feinen Silbers durch Zusatz Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt gemacht werden; wie viel Zusatz ist hiezu nöthig?

Bemerkung. Weiter, als so weit, braucht wohl das Kopfrechnen in der Alligationsrechnung selbst bei den besten Schülern nicht geführt zu werden.

Zifferrechnen.

1) Bestimmung der Qualität der Mischung (aus der Menge und dem Werthe der zu mischenden Dinge).

(Siehe die Vorbemerkung beim Kopfrechnen.)

1. Beispiel: Wie viel Tausendtheile fein ist $^3/_4$ gehaltiges Gold?

Berechnung: 1 ℔ fein = 1000 Tsdthl. fein. $^3/_4$ ℔ fein enthalten $^3/_4 \times 1000$ Tsdthl. fein.

$1000 \times {}^3/_4 = 750$ Tsdthl. fein.

2. Beispiel: Wie viel feines Metall ist in 8 ℔ Silber von 750 Tsdthln. Feingehalt?

Berechnung:

$750 \times 8 = 6000$ Tsdthl. = 6 ℔ feines Silber; die übrigen 2 ℔ sind Zusatz.

3. Beispiel: Ein silbernes Caffee-Service wiegt $2^3/_4$ ℔, enthält aber nur $1^7/_8$ ℔ feines Silber; welches ist sein Feingehalt?

Berechnung:

$2^3/_4 : 1^7/_8 = 1000 : x$ Tsdthl. Feingehalt

$x = 682{,}5454\ldots$ Tsdthl. Feingehalt oder $682^6/_{11}$ Tsdthle.

4. Beispiel: Zu 50 ℔ Caffee à 28 Xr. setzt man 100 ℔ Caffee à 22 Xr.; wie hoch kommt 1 ℔ dieses Caffees.

Berechnung:

Die 50 ℔ C. à 28 Xr. k.	$50 \times 28 = 1400$ Xr.	= 23 fl.	20 Xr.
„ 100 „ „ „ 22 „ „	$100 \times 22 = 2200$ „	= 36 „	40 „
Die 150 ℔ C. kosten daher		60 fl.	— Xr.

Die Frage ist nun: Wenn 150 ℔ 60 fl. kosten, wie hoch kommt 1 ℔?

Antwort: Den 150. Theil von 60 fl.

$60 : 150 = {}^6/_{15} = {}^2/_5$ fl. = 24 Xr.

5. Beispiel: Welchen Feingehalt erhält man, wenn man 3 ℔ von 800 Tsdthl. Feingehalt, 4 ℔ von 850 Tsdthl. und 5 ℔ von 900 Tsdthl. Feingehalt zusammenschmilzt?

Berechnung:

3 ℔	von 800 Tsdthl.	=	3 × 800	=	2400	Tsdthl. f. S.
4 „	„ 850 „	=	4 × 850	=	3400	„ „ „
5 „	„ 900 „	=	5 × 900	=	4500	„ „ „
12 ℔	Mischung enthalten daher				10300	Tsdthl. f. S.

1 ℔ enthält also den 12. Theil von 10300 Tsdthl.

10300 : 12 = $858\frac{1}{2}$ Tsdthl. Feingehalt.

43) Jn den Ducaten befindet sich auf 71 Theile feines Gold 1 Theil Zusatz; wie viele Tausendtheile Feingehalt enthält es?

44) Wie viel Tausendtheile Feingehalt hat das Silber, wenn man 4 ℔ von 825 Tsdthl. Feingehalt mit 6 ℔ von 750 Tsdthl. Feingehalt zusammenschmilzt?

45) Zu 80 *Liter* Essig à 8 Sgr. werden, weil er zu scharf ist, 8 *L.* Wasser gngossen; wie theuer ist das *L.* des verdünnten Essigs zu verkaufen?

46) Jemand mischt folgende Weine: 6 *L.* (Kannen) à 24 Sgr., 4 *L.* à 18 Sgr., 6 *L.* à 8 Sgr. und 12 *L.* à 6 Sgr.; wie viel Sgr. wird das *L.* des gemischten Weines kosten?

47) Ein Stück Silber wiegt $4\frac{1}{8}$ ℔ und hält 3,9 ℔ feines Silber; wie viel Tsdthl. Feingehalt hat es?

48) Ein Kaufmann mengt 3 Sorten Caffee, wovon 1 ℔ der besten Sorte 36 Sgr., ein ℔ der Mittelsorte 27 Sgr. und ein ℔ der geringen Sorte 24 Sgr. kostet; was ist 1 ℔ der Mischung werth?

49) Ein Kaufmann hat 8 Ctr. Tabak à 55 Thlr. und 8 Ctr. à 33 Thlr.; er vermengt beide Sorten mit einander; wie theuer kann er den Ctr. verkaufen?

50) Es wurden vermengt: 20 ℔ à 24 Sgr., 35 ℔ à 16 Sgr., 48 ℔ à $11\frac{1}{2}$ Sgr. und 97 ℔ à 8 Sgr.; wie viel kostet das Pfund der Mischung?

51) Es werden zusammengegossen 20 *L.* Spiritus à 64 Grad, 84 *L.* à 52 Grad, 72 *L.* à 60 Grad, 40 *L.* à 50 Grad und 36 *L.* Wasser; wie viel Grad hält die Mischung?

52) Ein Kaufmann mischt 140 ℔ Tabak à 10 Sgr., 160 ℔ à 8 Sgr. und 80 ℔ à 7 Sgr.; wie theuer kann er das ℔ der Mischung verkaufen?

53) Ein Kaufmann mengt viererlei Sorten Tabak unter einander, nämlich: 50 ℔ à 1 ℛ 4 Sgr., 36 ℔ à 56 Sgr., 30 ℔ à 48 Sgr. und 22 ℔ à 44 Sgr.; was ist das ℔ dieses Gemenges werth?

54) Ein silberner Löffel, der aus Silber von 812 Tsdthl. Feingehalt gemacht ist, wiegt 135 Tsdthl.; wie viel feines Silber enthält er?

55) Wie viel feines Silber ist in einem Barren von $1^3/_4$ ℔ enthalten, wenn dasselbe 840 Tsdthl. Feingehalt hat?

56) Eine Stange Goldes ist $1^1/_2$ ℔ schwer und hat einen Feingehalt von 880 Tsdthl.; wie viel feines Gold enthält die ganze Stange?

57) Wie viel feines Gold enthält ein Barren von $1^1/_4$ ℔ Schwere und von 750 Tsdthl. Feingehalt?

---

2) Bestimmung der Qualität der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus dem Gewichte der ganzen Masse und aus der Qualität des Pfundes.)

Beispiel: Wie viel feines Silber und wie viel Zusatz enthält ein Barren, welcher 3 ℔ wiegt und 873 Tsdthl. Feingehalt hat?

Berechnung:

$3 \times 873 = 2619$ Tsdthl. $=$ 2 ℔ 619 Tsdthl. fein.
$3 \times 127 = 381$ „ Zusatz
3000 Tsdthl. $=$ 3 ℔ rauh.

Die Richtigkeit dieser Rechnung ist leicht einzusehen; denn da jedes ℔. 873 Tsdthl. Feingehalt hat, so müssen 3 ℔. 3×873 Tsdthl. Feingehalt enthalten. Der Zusatz bei einem ℔. beträgt $1000 - 873 = 127$ Tsdthl., bei 3 ℔. 3×127 Tsdthl.

Auf andere Weise:

3 ℔ rauh $= 3 \times 1000 =$ . . . . 3000 Tsdthl.
Der Zusatz bei Silber von 873 Tsdthl. Feingehalt beträgt bei 1 ℔ 127 Tsdthl., bei 3 ℔
$3 \times 127 =$ . . . . 381 „
das feine Silber daher 2619 Tsdthl.

58) Ein Silberbarren wiegt $5^3/_4$ ℔ und besteht aus Silber von 750 Tsdthl. Feingehalt; wie viel feines Silber enthält er?

59) Wie viel feines Gold ist in $2^1/_2$ ℔ von 750 Tsdthl. Feingehalt?

---

3) Bestimmung des Gewichts der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus der Qualität des rauhen Pfundes und der Qualität der ganzen Masse).

Beispiel: Man hat einen Silberbarren von $1^7/_8$ ℔ feinen Silbers; wie viel Silber von 720 Tsdthl. Feingehalt kann man durch Zusatz von Kupfer daraus machen?

Berechnung:

$1^7/_8$ ℔ = 1875 : 720 = $2{,}604^1/_6$ ℔ = 2 ℔ $604^1/_6$ Tsdthl. rauhen Silbers.

```
1875 : 720
1440
----
 4350
 4320
 ----
   3000
   2880 120
   ----
    120
    ---
    720 | 1/6
```

$1^7/_8$ ℔. = 1875 Tsdthl. f. S. Da die Masse nur 720 Tsdthl. Feingehalt hat, so machen schon 720 Tsdthl. mit Zusatz 1 ℔. rauh. So oft daher 720 in 1875 Tsdthl. enthalten sind, so viel wiegt die ganze Masse.

60) Wie viel Gold von 840 Tsdthl. Feingehalt kann man durch Zusatz aus $2^1/_2$ ℔ feinen Goldes machen?

61) Jn einer Masse Silber von 900 Tsdthl. Feingehalt sind $3^1/_4$ ℔ feinen Silbers enthalten; wie schwer ist die ganze Masse?

62) Wie viel muss ein Silberbarren rauh wiegen, zu dem man $5^3/_4$ ℔ feines Silber nimmt, das durch Zusatz einen Feingehalt von 800 Tsdthl. erhält?

63) Ein Stück Goldes von 720 Tsdthl. Feingehalt enthält $1^3/_4$ ℔ feines Gold; wie schwer ist die ganze Masse?

64) Ein Stück hält 3,6 *Kgr.* feines Gold, und sein Gehalt ist 0,800. Wie viel beträgt das rauhe Gewicht? (Bem. 1 *Kgr.* f. G. enthält 1000 Grammen. Jn dieser Aufgabe beträgt der Feingehalt in 1 *Kgr.* 800 Grammen. Der Ansatz nach der Proportionsrechnung ist daher: 800 : 1000, wie 3,6 : x Kilogr. Bei der Kettenrechnung fragt man: Wie viel Kilogr. rauhen Gewichts betragen 3,6 *Kgr.* fein. Goldes, wenn 800 Gr. f. G. 1000 Gr. mit dem Zusatze betragen?)

65) Wie viel muss ein Goldbarren von $3^3/_4$ ℔ feinen Goldes wiegen, wenn er so viel Zusatz erhält, dass er 720 Tsdthl. Feingehalt hat?

---

4) Bestimmung des Werthes des feinen aus dem Werthe des legirten Goldes und Silbers und umgekehrt des legirten aus dem Werthe des feinen etc.

1. Beispiel: 1 ℔ feinen Silbers zu 30 Thlr.; wie hoch kommen $7^1/_4$ ℔ von 800 Tsdthl. Feingehalt?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 800 \times 7^1/_4 \\ \hline 5600 \\ 200 \\ \hline 5800 \text{ Tsdthl.} \end{array}$$

$$\text{Thlr.?} \frac{30 \times 5800}{1000} = 174 \text{ Thlr.}$$

Wenn 1 ℔. 800 Tsdthl. Feingehalt hat, dann haben $7^1/_4$ ℔. rauh $7^1/_4 \times 800 = 5800$ Tsdthl. fein.

1000 Tsdthl. fein kosten 30 Thlr., 1 Tsdthl. somit den 1000. Theil von 30 Thlr.; 5800 Tsdthl. fein kosten 5800 mal so viel.

2. Beispiel: Wie hoch kommt 1 ℔ feinen Silbers, wenn 9 ℔ von 800 Tsdthl. Feingehalt mit 216 Thlr. berechnet werden?

Berechnung:

9 ℔. von 800 Tsdthl. fein. S. machen 7200 Tsdthl. feinen Silbers. Wenn 7200 Tsdthl. 216 Thlr kosten, so kostet 1 Tsdthl. den 7200. Theil von 216 Thlr.; 1000 Tsdthl. kosten aber 1000 mal so viel.

$$\text{Thlr. ?} \frac{216 \times 1000}{7200} = 30 \text{ Thlr.}$$

3. Beispiel: $6\frac{1}{2}$ ℔ feinen Silbers kosten 292 fl. 50 Nkr. österr. Währ.; wie hoch kommt 1 ℔ von 800 Tsdthl.?

Berechnung:

$6\frac{1}{2}$ ℔. = 6500 Tsdthl. f. Wenn 6500 Tsdthl. f. 292,5 fl. österr. Währ. kosten, so kostet 1 Tsdthl. den 6500. Theil von 292,5 fl., 800 Tsdthl. aber 800 mal so viel.

$$\text{fl. österr. W. ? } \frac{292{,}5 \times 800}{6500} = 36 \text{ fl. österr. Währ.}$$

66) Wie hoch kommen 1,5 ℔ Gold von 900 Tsdthl. Feingehalt, wenn das ℔ feinen Goldes 700 fl. österr. Währ. kostet?

67) Was kostet das ℔ Silber von 850 Tsdthl. Feingehalt, wenn das ℔ feinen Silbers mit $52\frac{1}{4}$ fl. südd. W. bezahlt wird?

68) Wie viel kostet ein Barren von 8 ℔ Silber, welches 850 Tsdthl. Feingehalt hat, wenn 1 ℔ feines Silber in Hamburg zu $59\frac{5}{8}$ Mark Banco berechnet wird?

69) Wie theuer kommt 1 ℔ feines Silber, wenn 5 ℔ von 900 Tsdthl Feingehalt mit 236 fl. 15 Kr. südd. W. gezahlt werden?

70) Wenn 1 ℔ von 900 Tsdthl. Feingehalt auf 27 Vereinsthlr. zu stehen kommt, wie hoch berechnet sich dann das ℔ feinen Silbers?

71) Wie hoch kommen 16 ℔ Silber von 875 Tsdthl. Feingehalt, wenn 1 ℔ feinen Silbers $29\frac{3}{4}$ Thlr. kostet?

72) Wie theuer werden 3,125 ℔ Gold, von 864 Tsdthl. Feingehalt gezahlt, wenn 1 ℔ fein. G. mit 465 Thlr. berechnet wird?

---

5) Bestimmung des Werthes eines der Bestandtheile (aus dem Werthe der anderen zu mischenden Dinge und aus dem Werthe der Mischung).

1. Beispiel: Zu 120 *Liter* Wein à 48 Kr. werden 90 *L.* einer geringeren Sorte gemischt, so dass das *L.* der Mischung 42 Kr. kostet; wie theuer war das *L.* der besseren Sorte?

Berechnung: Das Quantum der Mischung beträgt:

$$120 + 90 = 210 \; L.$$

1 *L.* der Mischung kostet 42 Sgr. = $^7/_{10}$ Thlr., 210 *L.* kosten daher:

210 × $^7/_{10}$ Thlr. = ... Thlr. 147. —
Die 120 *L.* des Weines à 48 Sgr. = $^8/_{10}$ Thlr. betragen 120 × $^8/_{10}$ Thlr. = $^{960}/_{10}$ = ... „ 96. —

Zieht man die 96 Thlr. für die 120 *L.* von den 147 Thlr. ab, so bleibt Rest für die 90 *L.* . . . . Thlr. 51. —

Wenn nun 90 *L.* 51 Thlr. kosten, was kostet 1 *L.*?
Antwort: Den 90. Theil von 51 Thlr. = 34 Sgr.

Probe: 120 *L.* à $^8/_{10}$ Thlr. k. 120 × $^8/_{10}$ = $^{960}/_{10}$ = 96 Thlr.
90 *L.* à 34 Sgr. k. 90 × 34 = 3060 Sgr. = 51 „
Die 210 *L.* kosten daher . . . . 147 Thlr.
also gerade so viel, als die 210 Mass der Mischung à 42 Sgr.

2. Beispiel: Zu 84 *L.* Wein à 6 Sgr. sollen 36 *L.* einer bessern Sorte gemischt werden, so dass das *L.* der Mischung 8 Sgr. kostet; wie theuer muss das *L.* der bessern Sorte sein?

Berechnung: Es wurden gemischt
84 + 36 = 120 *L.* Wein.

1 *L.* der Mischung kostet 8 Sgr., wie viel 120 *L.*?
120 × 8 = 960 Sgr.

84 *L.* à 6 Sgr., wie viel kosten sie?
84 × 6 = 504 Sgr.

Nun zieht man von den 960 Sgr., welche die 120 *L.* der Mischung kosten, die . . 504 „ für die 84 *L.* à 6 Sgr. ab, es bleiben als Rest . . . 456 Sgr. für die 36 *L.* der bessern Sorte. Was kostet nun 1 *L.* wenn 36 *L.* 456 Sgr. kosten?
Den 36. Theil von 456 = $12^{24}/_{36}$ = $12^2/_3$ Sgr.

73) Jemand will 100 *L.* Wein à 50 Sgr. haben und dazu 80 *L.* à 54 Sgr. und eine geringere Sorte nehmen; wie viel muss das *L.* dieser geringeren Sorte kosten?

74) 40 *L.* Branntwein zu 25% werden mit 65 *L.* besserem vermischt, und die Mischung hält nun 32%; wie viel % hielt die bessere Sorte?

75) Man braucht 25 ℔ Silber von 900 Tsdthl. Feingehalt und vermischt, um solches zu erhalten, 15 ℔ von 840 Tsdthl. Feingehalt mit einer bessern Sorte. Von welchem Feingehalte muss diese sein?

76) Man hat 20 *L.* Spiritus von 72 Grad und 30 *L.* von 54 Grad mit 40 *L.* einer geringeren Sorte vermischt, so dass die Mischung 50 Grad hielt. Wie viel Grad hielt die geringere Sorte?

77) Ein Kaufmann will 60 ℔ Tabak, das ℔ zu $9^1/_3$ Sgr. mit einer geringeren Sorte so vermischen, dass er 80 ℔ erhält und das ℔ zu 7 Sgr. verkaufen kann. Wie theuer ist das ℔ der geringern Sorte?

78) Zu 12 ℔ von 840 Tsdthl. Feingehalt werden 15 ℔ einer besseren Sorte gemischt, so dass die Mischung 880 Tsdthl. Feingehalt hat. Welchen Feingehalt hatte die bessere Sorte?

79) Ein Kaufmann vermengte 480 ℔ Caffee à 35 *Rt.* mit 560 ℔ einer bessern Sorte, und verkaufte das ℔ des so vermengten Caffees für $38^1/_2$ *Rt.*; wie theuer war die bessere Sorte?

---

6) Bestimmung der Quantitäten der Mischungssorten (aus der Qualität und Quantität der Mischung und der Qualität der Mischungssorten).

1. Beispiel: Aus feinem Silber und aus Silber von 700 Tsdthl. Feingehalt soll durch Mischung Silber von 800 Tsdthl. Feingehalt erzeugt werden; wie viel braucht man von jeder Sorte zu 6 ℔?

Vorbemerk. Wie aus der Erklärung bei dem 1. Beispiel fürs Kopfrechnen, worauf hier verwiesen wird, hervorgeht, müssen die vorhandenen Sorten mit der Mittelsorte verglichen und hierauf muss der höhere Werth der einen mit dem niederern Werthe der andern dadurch ausgeglichen werden, dass man so viele Einheiten, als die bessere Sorte im Vergleiche zur verlangten Mittelsorte zu gut ist, von der geringeren Sorte nimmt; so viele Einheiten aber, als die geringere Sorte im Vergleiche zur Mittelsorte zu gering ist, von der bessern Sorte nimmt. Die Unterschiede zwischen den Mischungssorten und der mittleren Sorte stehen daher im umgekehrten Verhältnisse mit den Werthen der zu mischenden Dinge.

Berechnung: Um zu erfahren, wie viel das feine S. von 1000 Tsdthl. Feingehalt gegen die Mischung, also gegen das von 800 Tsdthl. Feingehalt zu gut ist, muss ich mich der Subtraction bedienen:

$$1000 - 800 = 200.$$

Das feine Silber ist daher um 200 zu gut; das von 700 Tsdthln. Feingehalt ist aber, wenn ich es mit der Mittelsorte vergleiche 800 — 700 = 100 zu gering. Es kommen daher immer zu 200 Theilen der geringeren Sorte 100 Theile der besseren Sorte oder in kleineren Zahlen: 2 Theile der geringeren und 1 Theil der besseren Sorte. 2 und 1 = 3 Theile. 3 Theile geben 6 ℔.

1 Theil daher den 3. Theil von 6 ℔ =	2 ℔ d. bess. S.
2 Theile geben 2 × 2 =	4 ℔ d. ger. S.
	6 ℔.

2. Beispiel: Zu einer Mischung von 9 *HL.* Wein, von welchem das *L.* 20 *Kr.* kosten soll, will man Weine nehmen, von denen das *L.* 32 *Kr.* und 16 *Kr.* kostet. Wie viel muss man von jeder Sorte nehmen?

Berechnung: Die bessere Sorte kostet . . . 32 *Kr.*
die Mischung nur . . . . . 20 *Kr.*
die bessere Sorte ist daher um 12 *Kr.* zu gut.

Die Mischung kostet . .	20 *Kr.*
Die geringere Sorte . .	16 „
Letztere ist daher um . .	4 *Kr.* zu gering.

Es müssen demnach zu 12 Theilen von der geringeren Sorte 4 Theile von der bessern Sorte genommen werden; 12 + 4 = 16 Theile. Der 16. Theil von 9 *HL.* = $^9/_{16}$ *HL.*

12 Th. von der gering. S. = $12 \times {}^9/_{16} = {}^{108}/_{16}$ =	$6^3/_4$ *HL.*
4 „ „ „ bessern S. = $4 \times {}^9/_{16} = {}^{36}/_{16}$ =	$2^1/_4$ *HL.*
	9 *HL.*

3. Beispiel: Es sollen 2436 *fl.* in Kronen- und Conventionsthalern so bezahlt werden, dass die Anzahl der Geldstücke 1000 beträgt; wie viel braucht man von jeder Geldsorte?

Vorbemerk. Sollen 2436 *fl.* in 1000 Geldstücken, theils Kronen- theils Conventionsthalern bezahlt werden, so ist der durchschnittliche Werth eines Geldstückes 2,436 *fl.* Daher heisst die Aufgabe: Wie viel Stück Kronenthaler und Conventionsthaler muss man zu 1000 Geldstücken haben, wenn 1 Stück den Durchschnittswerth von 2,436 *fl.* hat?

1 Krthlr. = 2,700 fl., 1 Conv.-Thlr. = 2,400 fl.

1 Krthlr. à 2,700 fl. ist gegen 1 Stück im Durchschnittswerth von 2,436 fl.

um 0,264 fl. zu gut.

Wenn 1 Stück 2,436 fl. werth ist, so hat dagegen 1 Conv.-Thlr. à 2,400 fl. einen geringeren Werth von . . . . . 0,036 fl.

Es müssen daher immer zu 0,036 Kronenthalern 0,264 Conv.-Thaler oder zu 36 Krthlr. 264 Conv.-Thlr. genommen werden. 36 + 264 = 300 Stück. Nun entstehen die Fragen:

1) Wenn zu 300 Stück 36 Krthlr. genommen werden müssen, wie viel dann zu 1000 Stück? und

2) Wenn zu 300 Stück 264 Conv.-Thlr. genommen werden müssen, wie viel dann zu 1000 Stück?

1) Krthlr.? $\frac{36 \times 1000}{300} = 120$ Krthlr.

2) Cvthlr.? $\frac{264 \times 1000}{300} = 880$ Conv.-Thlr.

Summa wie oben 1000 Stück.

80) Ein Kaufmann mischt ein Quantum von 3 Ctr. 20 ℔ Caffee, den Ctr. für 75 fl.; er nimmt dazu von einer Sorte, wovon das ℔ 48 Kr., und von einer Sorte, wovon der Ctr. 66 fl. 40 Kr. kostet; wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen?

81) Aus zwei Sorten Wein, wovon das *HL.* des bessern $40^2/_3$ fl. und das *HL.* des geringern $32^1/_5$ fl. kostet, will man eine Mischung machen, wovon das *HL.* 36 fl. werth sein soll. Wie viel muss von jeder Sorte genommen werden?

82) Wie viel Gold muss man nehmen von 850 Tausendtheilen und von 916 Tsdthl. Feingehalt, um 11 ℔ von 895 Tsdthl. Feingehalt zu erhalten?

83) Man will aus zwei Sorten Caffee, das ℔ zu 36 Kr. und 27 Kr., 15 ℔ zusammenmengen, wovon das ℔ 30 Kr. kostet; wie viel muss man von jeder Sorte nehmen?

84) Die Conventionsthaler sind 13 Loth 6 Grän, die preussischen Thaler 12 Loth fein. Man will 1 Mark bayerisches Probesilber (13 Loth fein) aus Conventions- und preussischen Thalern zusammenschmelzen; wie viel Loth Conventions- und wie viel Loth preussische Thaler muss man zur Legirung nehmen?

85) Wie viel Gold von 660 und 870 Tsdthln. Feingehalt muss man zusammenschmelzen, um 12 ℔ von 750 Tsdthln. Feingehalt zu erhalten?

86) Ein Kaufmann hat zweierlei Tabak. Von der einen Sorte kostet das ℔ 15 Sgr., von der andern 7 Sgr. Er will aus beiden Sorten eine Mischung von 50 ℔ machen, so dass er das ℔ zu 9 Sgr. verkaufen kann. Wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

87) Es sollen 264 fl. in Kronenthalern und Conventionsthalern so bezahlt werden, dass die Anzahl der Geldstücke 100 beträgt; viel muss man von jeder Geldsorte nehmen?

88) Aus Silber von 0,900 Feingehalt und von 0,750 Feingehalt sollen 16 ℔ von 0,820 Feingehalt erzeugt werden; wie viel braucht man von jeder Sorte?

89) Wie viel Gold von 700 Tausendtheilen und von 960 Tausendtheilen Feingehalt muss man zusammenschmelzen, um 6 ℔ von 840 Tausendtheilen Feingehalt zu erhalten?

90) Jemand erhielt 83 Thlr. 10 Sgr. in 20 Goldstücken, theils Friedrichsd'or, theils Ducaten. Wie viel Stück bekam er von jeder Münzsorte, wenn der Friedrichsd'or zu $5^2/_3$ Thlr. und der Ducaten zu $3^1/_6$ Thlr. gerechnet wird?

91) 235 Thlr. werden durch 60 Goldstücke, Ducaten à $3^1/_6$ und Friedrichsd'or à $5^2/_3$ Thlr. bezahlt. Wie viel Ducaten und wie viel Friedrichsd'or müssen dazu genommen werden?

92) Es sollen 130 fl. in Kronenthalern à 2 fl. 42 Xr. und preuss. Thlr. à 1 fl. 45 Xr. so bezahlt werden, dass die Anzahl der Geldstücke 58 beträgt; wie viel muss man von jeder Geldsorte nehmen?

---

7) Bestimmung des Quantums eines nach dem Werthe bezeichneten Bestandtheiles zur Mischung (aus dem Quantum und der Qualität der andern Bestandtheile.)

1. Beispiel: Wie viel Wasser muss zu 72 Liter Spiritus genommen werden, der 75 Grad stark ist, wenn dieser bis auf 64 Grad verdünnt werden soll?

Berechnung: 72 Liter à 75 Grad enthalten

$$72 \times 75 = 5400 \text{ Grad.}$$

Soll dieser Spiritus bis auf 64 Grad verdünnt werden, so müssen durch Zugiessung von Wasser aus den 72 *L.* so viel *L.* werden, als 64 in 5400 Grad enthalten sind.

64 in 5400 = $84^3/_8$ *L.* Zieht man hievon die
72 *L.* Spiritus ab, so ergibt sich, dass
$12^3/_8$ *L.* Wasser zugegossen werden müssen.

Auf andere Weise: 72 *L.* à 75 Grad geben 72 $\times$ 75 Grad = 5400 Gr. Das *L.* der Mischung à 64 Grad enthält 11 Grad weniger; dies macht bei 72 Liter

$$72 \times 11 = 792 \text{ Grade}$$

weniger. Diese 792 Grad reichen aber noch zu so vielen *L.* 64grad. Spiritus, als 64 in 792 enthalten ist.

64 in 792 = $12^{24}/_{64}$ = $12^3/_8$ *L.*

```
 64
----
152
128
----
 24
```

Damit nun aus den 72 *L.* 75grad. Spiritus 64gradiger erzeugt werden könne, müssen diese 72 *L.* Spiritus durch $12^3/_8$ *L.* Wasser verdünnt werden.

2. Beispiel: Wie viel *HL.* à 24 *fl.* muss man zu 5 *HL.* à 18 *fl.* hinzusetzen, um das *HL.* der Mischung zu $21^3/_4$ *fl.* verkaufen zu können?

Berechnung: Um zu sehen, wie viel die bessere Sorte à 24 *fl.* gegen die Sorte der Mischung à $21^3/_4$ *fl.* zu gut ist, subtrahire man:

$24 - 21^3/_4 = 2^1/_4$ *fl.* ist die bessere Sorte zu gut.

Wie viel ist die schlechtere Sorte à 18 *fl.* zu gering?

$21^3/_4 - 18 = 3^3/_4$ *fl.* ist die schlechtere Sorte zu gering.

Zu der schlechteren Sorte, die aus $2^1/_4$ Theilen der Mischung besteht, sind 5 *HL.* genommen; von der besseren Sorte, die aus $3^3/_4$ Theilen der Mischung besteht, muss also mehr hinzugesetzt werden; daher ein steigendes Verhältniss:

$2^1/_4 : 3^3/_4 = 5 : x$ *HL.* der bess. Sorte
$= 8^1/_3$ *HL.* der besseren Sorte à 24 *fl.*

93) Wie viel Tabak, das ℔ zu $7^1/_2$ Sgr., muss zu 28 ℔ Tabak à 9 Sgr. gemischt werden, damit das ℔ der Mischung zu 8 Sgr. verkauft werden kann?

94) Man hat 2 Eisenerze; das eine enthält 23 %, das andere 40 % reines Eisen. Man will nun 734 *Ctr.* des reicheren

Eisens mit ärmerem Eisen mengen, so dass man ein Erz erhält, welches im Durchschnitte 36 % reines Eisen enthält. Wie viel muss man von dem ärmeren Erze nehmen?

95) Wie viel ℔ Caffee à 48 kr. muss man zu 15 ℔ à 36 kr. hinzusetzen, damit das ℔ der Mengung a) 38, b) 46 kr. komme?

96) Zu 6 ℔ Silber von 800 Tausendtheilen Feingehalt soll so viel Silber von 900 Tsdthl. hinzugesetzt werden, dass die Mischung 860 Tsdthle.Feingehalt hat. Wie viel ist hinzu zu setzen?

97) Zu 5 Ctr. 4 ℔ Tabak, von welchem der Ctr. 63 fl. kostet, will man so viel Tabak, von welchem der Ctr. $100\frac{1}{2}$ fl. kostet, hinzusetzen, dass man den Ctr. zu $79\frac{1}{2}$ fl. verkaufen kann. Wie viel muss man hinzusetzen?

98) Man will zu einem Bade 15 *HL.* Wasser von 28 Grad Wärme haben. Wie viel *HL.* von 8 Grad Wärme und wie viel *HL.* von 42 Grad sind hierzu erforderlich?

99) Zu 5 ℔ Gold von 990 Tsdthl. Feingehalt soll so viel Gold von 325 Tsdthl. Feingehalt hinzugesetzt werden, dass die Mischung 750 Tsdthl. Gehalt hat. Wie viel ist von der geringeren Sorte hinzuzusetzen?

100) Es braucht Jemand Spiritus von 62 Grad und will denselben bereiten durch Vermischung von 200 *L.* 51gradigem Spiritus mit einer bessern Sorte von 70 Grad; wie viel von der bessern Sorte muss er nehmen?

101) Eine Vermengung von 2 Sorten Caffee à $6\frac{3}{4}$ Sgr. und $7\frac{1}{2}$ Sgr. kann zu 7 Sgr. das ℔ verkauft werden; wie viel ℔ von der bessern Sorte befinden sich in der Mischung, wenn dieselbe 24 ℔ der geringern Sorte enthält?

---

8) Berechnung des Gewinnes oder Verlustes bei der Mischung.

Bisweilen soll durch die Mischung etwas gewonnen werden; manchmal entsteht auch für den, der die Mischung vornimmt, durch dieselbe ein Verlust. Wie nun der durch die Mischung entstehende Gewinn oder Verlust berechnet werden kann, wird sich aus den nachfolgenden Beispielen ergeben.

1. Beispiel: Wie viel ℔ Caffee à 48 kr. wurden zu 15 ℔ à 32 kr. hinzugesetzt, wenn das ℔ der Mischung zu 38 kr. verkauft und dabei an jedem ℔ 4 kr. verloren wurde?

Berechnung: Wenn das ℔ des gemischten Caffees um 38 kr. verkauft wurde und dabei an jedem ℔ 4 kr. verloren gingen, so berechnete sich das ℔ der Mischung auf:

$$38 + 4 = 42 \text{ kr.}$$

Die Sorte à 48 kr. ist gegen die Mischung à 42 kr. um 6 kr. zu gut,

Die Sorte à 32 kr. ist gegen die Mischung à 42 kr. um 10 kr. zu gering.

Der bisher befolgten Regel zufolge muss man daher von der geringeren Sorte 6 Theile und von der besseren Sorte 10 Theile nehmen.

Wenn die 6 Theile der geringeren Sorte 15 ℔ Caffee enthalten, so müssen die 10 Theile der besseren Sorte **mehr** ℔ enthalten; das Verhältniss ist daher ein **steigendes** und man setzt an:

6 : 10 = 15 : x ℔ der besseren Sorte

= 25 ℔ der besseren Sorte à 48 kr.

müssen daher hinzugesetzt werden.

2. Beispiel: Ein Getreidehändler kaufte zwei gleich grosse Quantitäten Korn, die erste zu $8^3/_8$ fl. südd. Währ., die zweite zu $5^3/_4$ fl. für das *HL.*; er mischte beide Sorten, verkaufte dasselbe wieder um 6 fl. pr. *HL.* und gewann an jedem *HL.* 12 kr.; wie war dasselbe zusammengesetzt?

Berechnung:

Er verkaufte das *HL.* um	6 fl. — kr.
Er gewann hiebei am *HL.*	— fl. 12 kr.
Es kam ihm daher das *HL.* nur auf	5 fl. 48 kr.
Die bessere Sorte kostete $6^3/_8$ fl. =	$^{51}/_8$ fl.
Die Mischung verkaufte er um 6 fl. =	$^{48}/_8$ fl.
Die **bessere** Sorte war daher **zu gut** um	$^3/_8$ fl.
Die Mischung verkaufte er um . . .	6 fl.
Die geringere Sorte kostete ihn . . .	$5^3/_4$ fl.
Die letztere S. war daher zu **gering** um	$^1/_4$ fl.

Der gegebenen Regel zufolge sind nun

von dem Korn à $6^3/_8$ fl. $^1/_4$ = $^2/_8$ nöthig,

von dem zu $5^3/_4$ fl. aber . . . $^3/_8$ „

oder mit ganzen Zahlen:

von der geringeren Sorte **3** Theile,

von der besseren Sorte . **2** Theile.

Man merke sich bei dergleichen Rechnungen die einfache Regel: Ziehe den **Gewinn** von dem Werthe der Mittelsorte ab, und nimm den Rest als den Werth der Mittelsorte an. Bei Verlustberechnungen zähle aber den **Verlust** dem Werthe der Mittelsorte zu und nimm die hierdurch entstehende Summa als den Werth der Mittelsorte. Im Uebrigen verfahre dann, wie in den früheren Rechnungen.

102) Jemand hat 2 Sorten Caffee. Von der besseren Sorte kostet das ℔ 1 fl. 12 Kr. und von der geringeren 48 Kr. Er will nun diese beiden Sorten so mit einander vermengen, dass er das ℔ um 58 Kr. geben kann und bei diesem Preis an jedem ℔ 4 Kr. Gewinn hat. Wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

103) Ein Liter Wein kostet 27 Kr., ein Liter einer geringeren Sorte 22 Kr. Jemand will nun diese beiden Sorten so mischen, dass es 120 Liter werden; will das Liter zu 26 Kr. verkaufen und dabei an jedem 2 Kr. gewinnen; wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

104) 700 Ctr. sollen aus 2 Bestandtheilen so zusammengesetzt werden, dass der Ctr. auf $29^3/_4$ fl. kommt. Wie viel muss man von jedem Bestandtheile nehmen, wenn der Ctr. des ersteren 33 fl., der Ctr. des zweiten 16 fl. kostet und an jedem Ctr. 5 fl. 45 Kr. gewonnen werden soll?

105) Das ℔ Zinn kostet 52 Kr., das ℔ Blei 12 Kr.; wie viel ℔ Zinn und wie viel ℔ Blei muss man nehmen, wenn man das ℔ des Mischlings zu 32 Kr. verkaufen, dabei aber an jedem ℔ 6 Kr. gewinnen will?

106) Wie viel ℔ einer Waare à 24 Kr. muss man zu 15 ℔ à 18 Kr. hinzusetzen, wenn das ℔ der Mischung zu 19 Kr. verkauft und dabei an jedem ℔ 4 Kr. verloren werden?

---

9) Berechnung des Mischungsverhältnisses bei mehr als zwei Stoffen.

Wenn man 3 oder mehrere Sorten zu vermischen hat, und der Werth des Gemisches gegeben ist, so lassen sich verschiedene von einander abweichende Auflösungen angeben, welche alle als richtig anerkannt werden müssen. Gewöhnlich löst man diese Aufgaben dadurch, dass man zuerst diejenigen Sorten mischt, die besser sind, als der Mischling, und dann die geringeren Sorten, und dass man hierauf gerade so verfährt, wie in den früheren Berechnungen.

1. Beispiel: Ein Weinwirth hat 3 Sorten Wein, die Flasche zu 18, zu 15 und zu 10 Sgr.; er will daraus eine Sorte mischen, von der die Flasche 12 Sgr. kostet; in welchem Verhältniss soll er von jeder Sorte nehmen?

Berechnung:

Die Sorte à 18 Sgr. ist gegen die Mittels. à 12 Sgr. um 6 zu gut,
„ „ „ 15 „ „ „ „ „ „ 12 „ „ 3 zu gut,
„ „ „ 10 „ „ „ „ „ „ 12 „ „ 2 „ gering.

Die beiden besseren Sorten sind um 6 + 3 = 9 zu gut, daher müssen von der dritten Sorte 9 Flaschen genommen; die dritte geringere Sorte ist um 2 zu gering; es müssen desshalb 2 Flaschen von jeder der zwei ersteren Sorten zur Mischung genommen werden.

Probe: 9 Flaschen à 10 Sgr. = 9 × 10 = 90 Sgr.
2 „ „ 18 „ = 2 × 18 = 36 „
2 „ „ 15 „ = 2 × 15 = 30 „

Die 13 Flaschen kosten daher = 156 Sgr.

Wenn 13 Flaschen der Mischung 156 Sgr. kosten, so kostet 1 Flasche den 13. Theil von 156 Sgr.

13 in 156 = 12 Sgr. wie die Mittelsorte.

2. Beispiel: Ein Weinwirth hat viererlei Weine, das Liter zu 48, 40, 30 und 24 𝒳𝓇.; wenn er nun diese Weine so mischen will, dass das Liter 36 𝒳𝓇. kostet, wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

Berechnung:

Das *L.* à 48 𝒳𝓇. ist gegen den Mischling à 36 𝒳𝓇. um 12 zu gut.
„ „ „ 40 „ „ „ „ „ „ 36 „ „ 4 zu gut.

Beide Sorten sind daher um 12 + 4 = 16 𝒳𝓇. zu gut, also durchschnittlich jede um 8 𝒳𝓇.

Das *L.* à 30 𝒳𝓇. ist gegen die Mischung à 36 𝒳𝓇. um 6 zu gering.
„ „ „ 24 „ „ „ „ „ „ 36 „ „ 12 zu gering.

Beide Sorten sind daher um 6 + 12 = 18 𝒳𝓇. zu gering, also durchschnittlich jede um 9 𝒳𝓇.

Daher nehme man bei der Mischung immer 9 Liter von jeder der bessern Sorten à 48 𝒳𝓇. und 40 𝒳𝓇., sodann 8 *L.* von jeder der schlechteren Sorten, also von den Sorten à 30 und 24 𝒳𝓇.

Man hätte hier gerade so, wie in voriger Berechnung sagen können: Beide Sorten à 48 und 40 Nkr. sind um 12 + 4 = 16 Nkr. zu gut; man nehme daher 16 *L.* von jeder der geringeren Sorten mehr; die beiden Sorten à 30 und 24 Nkr. sind gegen die Mittelsorte à 36 Nkr. um 6 + 12 = 18 Nkr. zu gering, man nehme daher von jeder der 2 bessern Sorten 18 *L.*

Das oben angewendete Verfahren ist aber kürzer und natürlicher.

Probe:

9 *L.* à 48 Nkr.	kosten	9 × 48 Nkr.	= 432 Nkr.	= 7 fl. 12 Nkr.
9 „ „ 40 „	„	9 × 40 „	= 360 „	= 6 „ — „
8 „ „ 30 „	„	8 × 30 „	= 240 „	= 4 „ — „
8 „ „ 24 „	„	8 × 24 „	= 192 „	= 3 „ 12 „
Die 34 *L.* kosten demnach				20 fl. 24 Nkr.

Wenn das *L.* der Mischung 36 Nkr. = $^3/_5$ fl. kostet, so kosten 34 Liter

$$34 \times {}^3/_5 \text{ fl.} = {}^{102}/_5 = 20^2/_5 \text{ fl. wie oben.}$$

Die Mischung **kann** auf die Weise, die in den Berechnungen der beiden Aufgaben vorgeführt wurde, vorgenommen werden, und die Berechnung ist, wie aus der Probe hervorgeht, ganz richtig. Allein die Mischung **muss** nicht gerade so vorgenommen werden; das Verhältniss der Mischungssorten zu einander kann unbeschadet der Richtigkeit ein ganz anderes sein.

Man kann z. B. statt 9 *L.* à 48 Nkr. nur 1 *L.* à 48 Nkr. nehmen und statt der noch übrigen 8 *L.* à 48 Nkr. noch 8 × 2 = 16 *L.* von der Sorte à 24 Nkr., also im Ganzen 8 + 16 *L.* à 24 Nkr. nehmen; denn 16 *L.* à 24 Nkr. kosten gerade so viel als 8 *L.* à 48 Nkr.

Oder man kann statt der 9 *L.* à 48 Nkr. 2 *L.* von dieser Sorte, und statt der noch übrigen 7 *L.* à 48 Nkr. noch 7 × 2 = 14 *L.* von der Sorte à 24 Nkr. nehmen.

etc. etc.

Man kann statt der 9 *L.* à 40 Nkr. nur 6 *L.* nehmen, und statt der übrigen 3 *L.* à 40 Nkr. noch 4 *L.* à 30 Nkr.; denn 4 *L.* à 30 Nkr. kosten gerade so viel, als 3 *L.* à 40 Nkr.

Oder man kann nur 3 *L.* à 40 Nkr. und statt der übrigen 6 *L.* à 40 Nkr. noch 8 *L.* à 30 Nkr. nehmen.

Oder man nimmt statt der 9 *L.* à 40 Xr. nur 8 *L.* von dieser S. und dafür $1\frac{1}{3}$ *L.* à 30 Xr. mehr, daher $8 + 1\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}$ *L.* à 30 Xr.; denn $1\frac{1}{3}$ *L.* à 30 Xr. beträgt eben so viel, als 1 *L.* à 40 Xr.

etc. etc.

Oder man nehme:

statt 8 *L.*	à 30 Xr.	nur 7 *L.* hiev.	u. statt d. 1 *L.*	noch $1\frac{1}{4}$ *L.*	à 24 Xr.
„ 8 „	„ 30 „	„ 6 „	„ „ „ „ 2 „	„ $2\frac{1}{2}$ „	„ 24 „
„ 8 „	„ 30 „	„ 5 „	„ „ „ „ 3 „	„ $3\frac{3}{4}$ „	„ 24 „

etc. etc.

Oder man nehme:

statt 9 *L.*	à 48 Xr.	nur 8 *L.* hiev.	u. statt d. 1 *L.*	noch $1\frac{1}{5}$ *L.*	à 40 Xr.
„ 9 „	„ 48 „	„ 7 „	„ „ „ „ 2 „	„ $2\frac{2}{5}$ „	„ 40 „
„ 9 „	„ 48 „	„ 6 „	„ „ „ „ 3 „	„ $3\frac{3}{5}$ „	„ 40 „

etc. etc.

Oder man nehme:

statt 9 *L.*	à 48 Xr.	nur 8 *L.* hiev.	u. statt d. 1 *L.*	noch $1\frac{3}{5}$ *L.*	à 30 Xr.
„ 9 „	„ 48 „	„ 7 „	„ „ „ „ 2 „	„ $3\frac{1}{5}$ „	„ 30 „
„ 9 „	„ 48 „	„ 6 „	„ „ „ „ 3 „	„ $4\frac{4}{5}$ „	„ 30 „

etc. etc.

Oder man nehme:

statt 9 *L.*	à 40 Xr.	nur 8 *L.* hiev.	u. statt d. 1 *L.*	noch $1\frac{2}{3}$ *L.*	à 24 Xr.
„ 9 „	„ 40 „	„ 7 „	„ „ „ „ 2 „	„ $3\frac{1}{3}$ „	„ 24 „
„ 9 „	„ 40 „	„ 6 „	„ „ „ „ 3 „	„ 5	„ 24 „

etc. etc.

Man wird aus dieser Darstellung erkennen, dass man auf sehr vielfache Weise jedes dieser Beispiele lösen kann und dass daher viele verschiedene Antworten auf diese Aufgaben gegeben werden können, die alle als richtig erkannt werden müssen.

107) Ein Handelsmann hat 3 Sorten Caffee, nämlich das ℔ zu 48, zu 36 und zu 30 Xr.; er will davon 25 ℔ zusammen mischen, so dass das ℔ der Mischung 42 Xr. kostet; wie viel kann er von jeder Sorte in die Mischung nehmen?

108) Wenn man aus 80, 75, 60 und 54 gradigem Weingeist 100 ℔ 72 gradigen mischen will, wie viel ist dem Gewichte nach von jeder Sorte zu nehmen?

109) Aus 6 Sorten Kupferglimmer von 22, 24, 27, 31, 36, 44% Kupfergehalt will man eine Composition von 29% Gehalt machen; wie viel kann man von jeder Sorte nehmen?

110) Aus drei Sorten Wein, das *L.* à 36 ℳ, 30 ℳ und 28 ℳ sollen 45 *L.* Wein gemischt werden, von welchem das *L.* 32 ℳ kostet; wie viel kommt von jeder Sorte dazu?

111) Aus drei Sorten Thee von 28 Sgr., 1 Thlr. $2^1/_2$ Sgr., und 1 Thlr. $10^1/_2$ Sgr. pr. ℔ soll eine Mischung hergestellt werden, deren Werth 1 Thlr. $7^1/_2$ Sgr. pr. ℔ beträgt; wie kann diese Mischung gemacht werden?

---

10) Anwendung der Alligationsrechnung auf ähnliche Verhältnisse.

1. Beispiel: Bei einem Bau sind 36 Arbeiter beschäftigt, theils Gesellen, theils Handlanger. Jeder Geselle erhält täglich 12 Sgr. und jeder Handlanger 8 Sgr. Das Taglohn sämmtlicher Arbeiter beträgt 12 Thlr. 24 Sgr.; wie viel Gesellen und wie viel Handlanger sind es?

Berechnung: Für 36 Arbeiter beträgt das Taglohn 12 Thlr. 24 Sgr. = 384 Sgr.; wie viel für 1 Arbeiter?

36 in 384 Sgr. = $10^{24}/_{36}$ = $10^2/_3$ Sgr. erhält jeder Arbeiter durchschnittlich.

Auf jeden Arbeiter kommt durchschnittlich $10^2/_3$ Sgr., auf einen Gesellen 12 Sgr., also $1^1/_3$ Sgr. mehr.

Auf einen Arbeiter durchschnittlich $10^2/_3$ Sgr., auf einen Handlanger 8 Sgr., also $2^2/_3$ Sgr. weniger.

$1^1/_3 = {}^4/_3$; $2^2/_3 = {}^8/_3$. ${}^4/_3$ verhalten sich zu ${}^8/_3$, wie 4 zu 8. Der gegebenen Regel zufolge sind demnach immer zu 4 Handlangern 8 Gesellen nöthig; dies sind zusammen 12 Arbeiter.

Nun entstehen die Fragen:

a) Unter 12 Arbeitern sind 8 Gesellen; wie viel unter 36 Arb.?

$$\text{Ges. ?}\ \frac{8 \times 36}{12} = 24 \text{ Gesellen.}$$

b) Unter 12 Arbeitern sind 4 Handlanger; wie viel unter 36 A.?

$$\text{Handlg. ?}\ \frac{4 \times 36}{12} = 12 \text{ Handlanger.}$$

Probe: 24 Gesellen verdienen bei 12 Sgr. Taglohn
$24 \times 12 = 288$ Sgr. = 9 Thlr. 18 Sgr.
12 Handlanger verdienen bei 8 Sgr. Taglohn
$12 \times 8 = 96$ Sgr. = 3 „ 6 „
Summa wie oben: 12 Thlr. 24 Sgr.

2. Beispiel: Ein leerer Wasserkasten hat 3 Röhren; durch die erste wird er in 8 Stunden gefüllt, durch die zweite in 6 und durch die dritte in 10 Stunden. Nachdem die erste 2 und die zweite $1\,^1/_2$ Stunden schon gelaufen sind, wird auch die dritte dazu geöffnet. Jn welcher Zeit wird der Wasserkasten gefüllt sein?

Berechnung: Die erste Röhre füllt den Wasserkasten in 8 St.; in einer Stunde füllt sie daher nur $^1/_8$, und in den angegebenen 2 Stunden $^2/_8 = {}^1/_4$ des Wasserkastens. Die zweite Röhre füllt ihn in 6 Stunden, in 1 Stunde daher nur $^1/_6$ desselben, und in $1\,^1/_2 = {}^3/_2$ Stdn. $^1/_6 \times {}^3/_2 = {}^3/_{12} = {}^1/_4$ des Wasserkastens. Die beiden ersten Röhren haben den Wasserkasten zur Zeit, wenn die dritte Röhre geöffnet wird, $^1/_4 + {}^1/_4$, also zur Hälfte schon gefüllt.

Jn 1 Stunde füllt die erste $^1/_8$, die zweite $^1/_6$ und die dritte $^1/_{10}$ des Kastens. Wie viel ist dies?

$$\begin{array}{r|l} & 120 \\ ^1/_8 & 15 = 15 \\ ^1/_6 & 20 = 20 \\ ^1/_{10} & 12 = 12 \\ \hline & \quad {}^{47}/_{120}. \end{array}$$

Jn 1 Stunde füllen die 3 Röhren sonach $^{47}/_{120}$ des Wasserkastens; da aber nur noch $^1/_2$ (die Hälfte) desselben $= {}^{60}/_{120}$ zu füllen ist, so müssen die 3 Röhren noch so viele Stunden laufen, als $^{47}/_{120}$ in $^{60}/_{120}$, oder, was gleich viel ist, 47 in 60 enthalten sind:

$$47 \text{ in } 60 = 1\,^{13}/_{47} \text{ Stunden.}$$

112) An 3 Gemeinden wird wegen Getreidemangels Korn vertheilt. Die erste Gemeinde könnte von dem ganzen Vorrath 15 Wochen, die zweite 12 Wochen, die dritte 10 Wochen leben; wie lange wird nun das Getreide für alle 3 Gemeinden ausreichen?

113) Ein Geselle verdient bei seinem Meister täglich 10 Sgr. und die Kost; wenn er aber einen Tag nicht für den Meister arbeitet, muss er $6\frac{1}{4}$ Sgr. Kostgeld bezahlen. Nach 60 Tagen erhält er 10 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel Tage hat er für den Meister gearbeitet?

114) Ein Maurermeister zahlt seinen 32 Arbeitern täglich 11 Thlr. 18 Sgr. Lohn, wovon jeder Geselle 12, jeder Handlanger aber 9 Sgr. erhält. Wie viel Gesellen und wie viel Handlanger hat er?

115) Ein Gefäss hat 3 Röhren. Die erste Röhre füllt es in 5, die zweite in 6 Stunden, und durch die dritte kann es in 9 Stunden gefüllt werden; in welcher Zeit würde das Gefäss voll sein, wenn alle 3 Röhren zugleich geöffnet würden?

116) Ein Brunnenkasten wird durch 3 Röhren gefüllt. Die 1. Röhre füllt ihn in 8, die 2. in 10 und die 3. in 14 Stunden. Jn wie viel Stunden wird er gefüllt, a) wenn die erste und dritte, b) wenn alle 3 Röhren laufen?

VII. Stufe.

A. Flächen- und Körperberechnung.

Vorbemerkung I. Soll in den Schülern Liebe zu diesem vorzüglich auf richtige Anschauung gegründeten Lehrgegenstande erweckt und der Unterricht in den Flächen- und Körperberechnungen mit ersichtlichem Erfolge betrieben werden, so wird es nöthig sein: 1) dass ihnen die Längen-, Flächen- und Körpermasse in ihrer wahren Grösse vor Augen geführt werden (wenigstens das Meter und das Quadratmeter mit ihren Unterabtheilungen und das Cubikdecimeter, sowie die eingeführten Hohlmasse), und 2) dass sie vor Allem im Messen der ihnen nahe gelegenen Gegenstände, sowie auch im Berechnen derselben geübt werden. Hiezu bietet Verschiederes den Stoff, z. B. die Subsellien, die Schulbänke, der Schultisch, die Wandtafel, die Schiefertafelnhöhe, die Höhe und Breite der Schulfenster, die Höhe und Breite der Schulthüre, die Höhe, Breite und Tiefe des Schulschranks, die Länge, Breite und Höhe des Lehrzimmers, die Länge und Breite des Schulgartens u. s. w.

Vorbemerkung 2. Da die Lehrer in vielen deutschen Schulen mit Hindernissen vielfacher Art zu kämpfen haben, so ist es ihnen oft bei aller Gewissenhaftigkeit unmöglich, das sich vorgesteckte Ziel zu erreichen. Für solche Schulen kann über Flächen- und Körperberechnung auch schon das genügen, was im II. Theile dieses Rechenbuches von Seite 41—51 hierüber vorkommt.

1) Einige zu der Flächen- und Körperberechnung nöthige Vorbegriffe.

Linien.

Alles, was einen Raum einnimmt, nennt man einen Körper. Jeder Körper hat Länge, Breite und Höhe; letz-

tere wird auch *Dicke* oder *Tiefe* genannt. Die Grenzen eines Körpers nennt man *Flächen*. Die Flächen haben keine Höhe, sondern dehnen sich nur in die *Länge* und *Breite* aus.

Fig. 1.

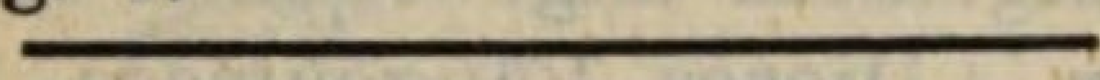


Fig. 2.



Die Grenzen einer Fläche nennt man *Linien*. Eine solche hat nur *eine Ausdehnung*, nämlich *Länge*. Die Grenzen einer Linie nennt man *Punkte*. Wenn alle Theile einer Linie einerlei Richtung haben, so heisst sie eine *gerade* (1); ändert sie aber mit jedem Punkte ihre *Richtung*, so nennt man sie eine *krumme* oder *Kurve* (2).

Fig. 3.

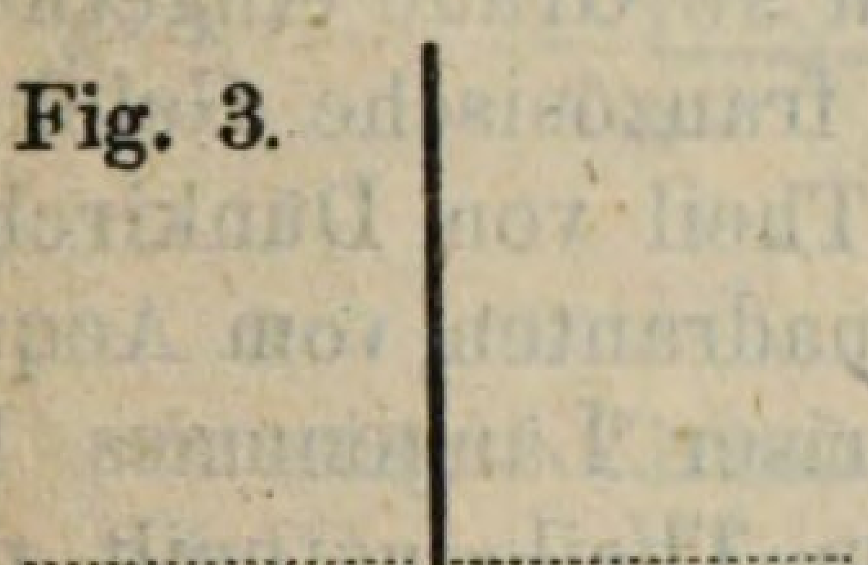
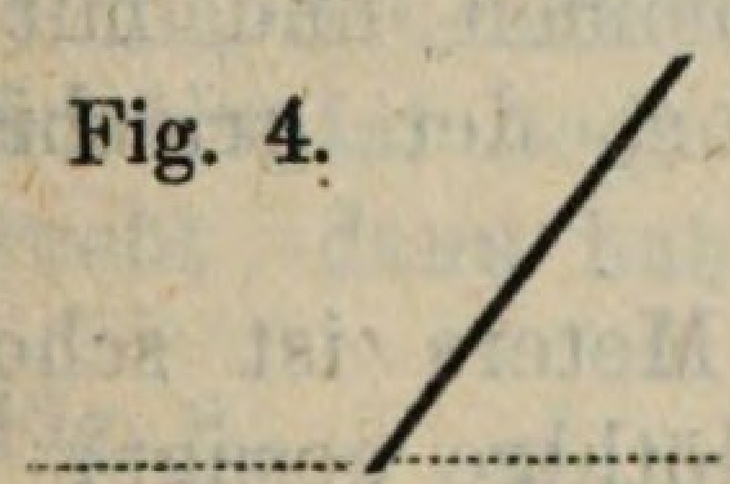
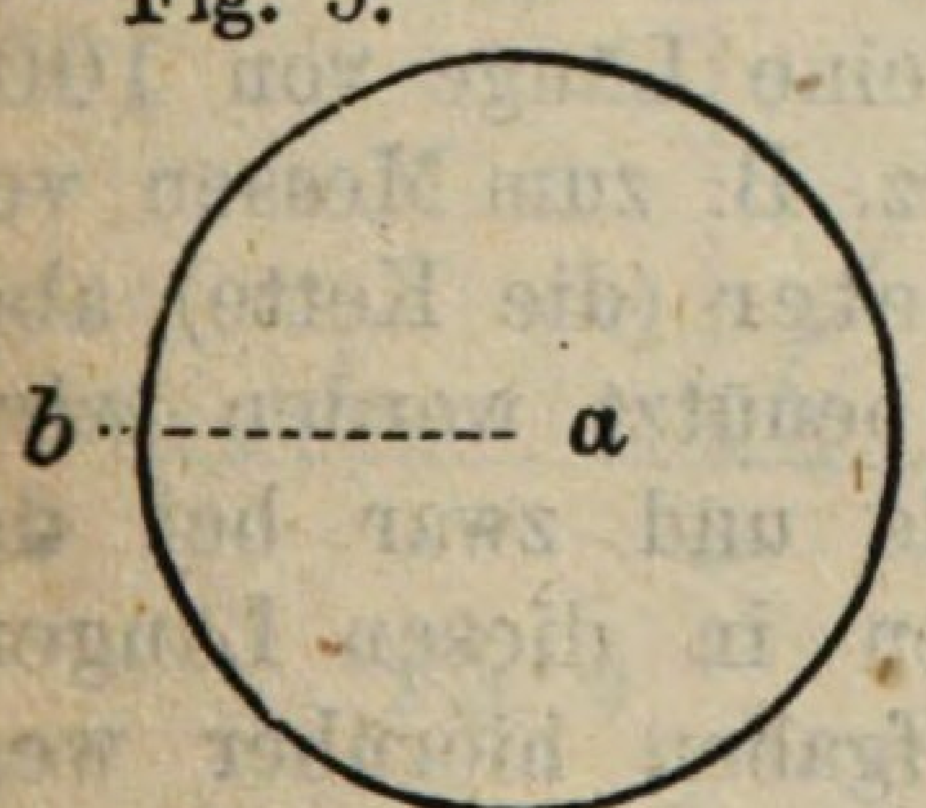


Fig. 4.



Die *gerade Linie* heisst *wagrecht*, wenn sie die Richtung eines im Gleichgewichte stehenden Wagbalkens hat. Oefters nennt man sie auch eine *horizontale* oder *wasserrechte* (Fig. 1). Hat sie die Richtung eines frei herabhängenden Senkbleies, so nennt man sie *lothrecht*, *senkrecht*, *perpendikulär*. (Fig. 3). Neigt sie sich aber gegen eine Seite hin mehr oder weniger, so heisst sie eine *schiefe* (Fig. 4).

Fig. 5.



Von den *krummen Linien* ist für das alltägliche Leben von besonderer Wichtigkeit der *Kreis*. So nennt man nämlich eine ebene Fläche, die von einer *krummen* Linie so begrenzt wird, dass jeder Punkt dieser krummen Linie von einem innerhalb der Fläche liegenden Punkte — dem *Mittelpunkte* — gleich weit entfernt ist (Fig. 5). Diese krumme Linie, welche zur Begrenzung dient, heisst die *Kreislinie* oder der *Umfang* (Peripherie). Jede gerade Linie vom Mittelpunkte bis zur Kreislinie heisst *Halbmesser* oder *Radius* (Fig. 5a); eine solche aber durch den Mittelpunkt nach beiden Seiten hin bis zum Umfange wird *Durchmesser* oder *Diameter* genannt.

Jeden Kreis theilt man in 360 Theile und nennt diese Theile *Grade* (^{0}), deren jeder wieder in 60 gleiche Theile oder Minuten (') und jede dieser in 60 Sekunden (") zerfällt.

Ein beliebiger Theil der Kreislinie heisst ein Bogen; beträgt ein solcher genau den 4. Theil der Kreislinie, so heisst er Quadrant $= 90^0$.

Sollen Längen gemessen werden, so geschieht dies durch gerade Linien. Es muss aber hiezu eine genau bestimmte Länge festgesetzt und als Massstab allgemein angenommen sein. Wir haben als solchen das Meter. Dieses Längenmass ist schon lange in Frankreich, Belgien, Holland, Spanien und anderen Ländern eingeführt und muss auch vom Jahre 1872 an überall in Deutschland angewendet werden. Wie es entstanden ist, kann man am leichtesten fassen, wenn man einen Globus zur Hand nimmt, auf demselben den Meridian*) von Paris oder einem anderen Orte sucht und den Quadranten vom Aequator bis zum Nordpol verfolgt, der in 90 Grade eingetheilt ist. Einen Theil dieser 90 Grade haben französische Gelehrte auf's Genaueste gemessen, nämlich den Theil von Dünkirchen bis Barcellona, haben dann den ganzen Quadranten vom Aequator bis zum Pol nach dem damaligen Pariser Längenmass berechnet, die ganze Länge in 10 Millionen Theile getheilt und einen Theil hievon als Längenmass genommen und mit dem Worte „Meter“ bezeichnet, welches Wort der griechischen Sprache entnommen ist.

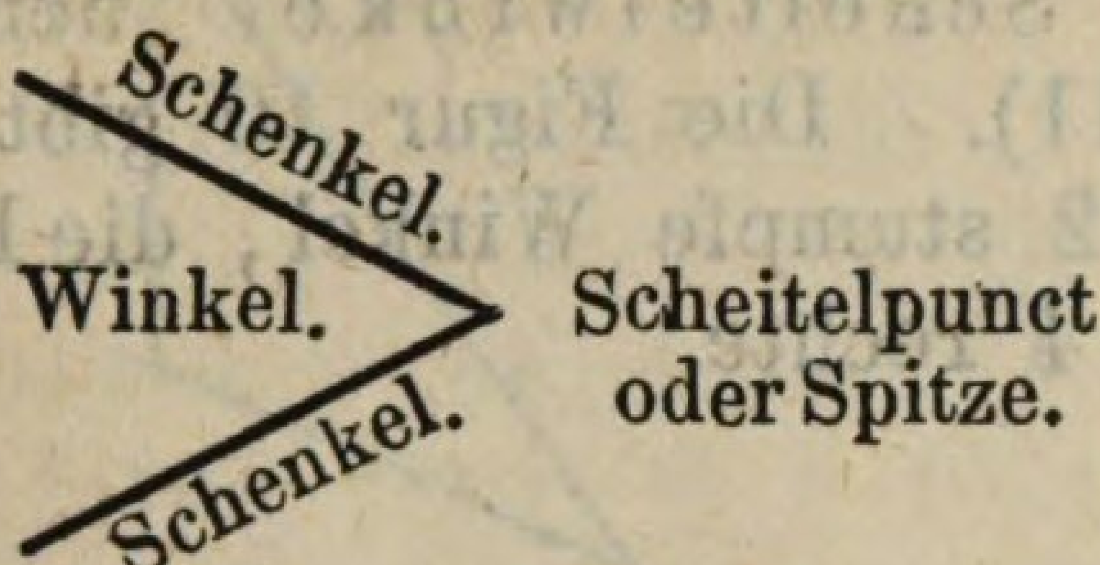
Ueber die decimale Eintheilung des Meters ist schon in den drei vorausgegangenen Theilen das Nöthige gesagt, wesshalb hier darauf hingewiesen wird. Nur soll noch bemerkt werden, dass das Kilometer, welches eine Länge von 1000 Metern hat, nur zu grossen Messungen, z. B. zum Messen von Eisenbahnen, Strassen etc., das Dekameter (die Kette) aber jedenfalls später von den Feldmessern benützt werden wird. Eben so wurden auch schon im II. Theile und zwar bei der Decimalbruchrechnung viele Berechnungen in diesen Längenmassen vorgenommen, wesshalb hier Aufgaben hierüber wegbleiben können.

Winkel.

Wenn zwei gerade Linien von ungleicher Richtung in einem Puncte zusammentreffen, so entsteht hierdurch ein Winkel (Fig. 6). Die beiden geraden Linien, durch welche der Win-

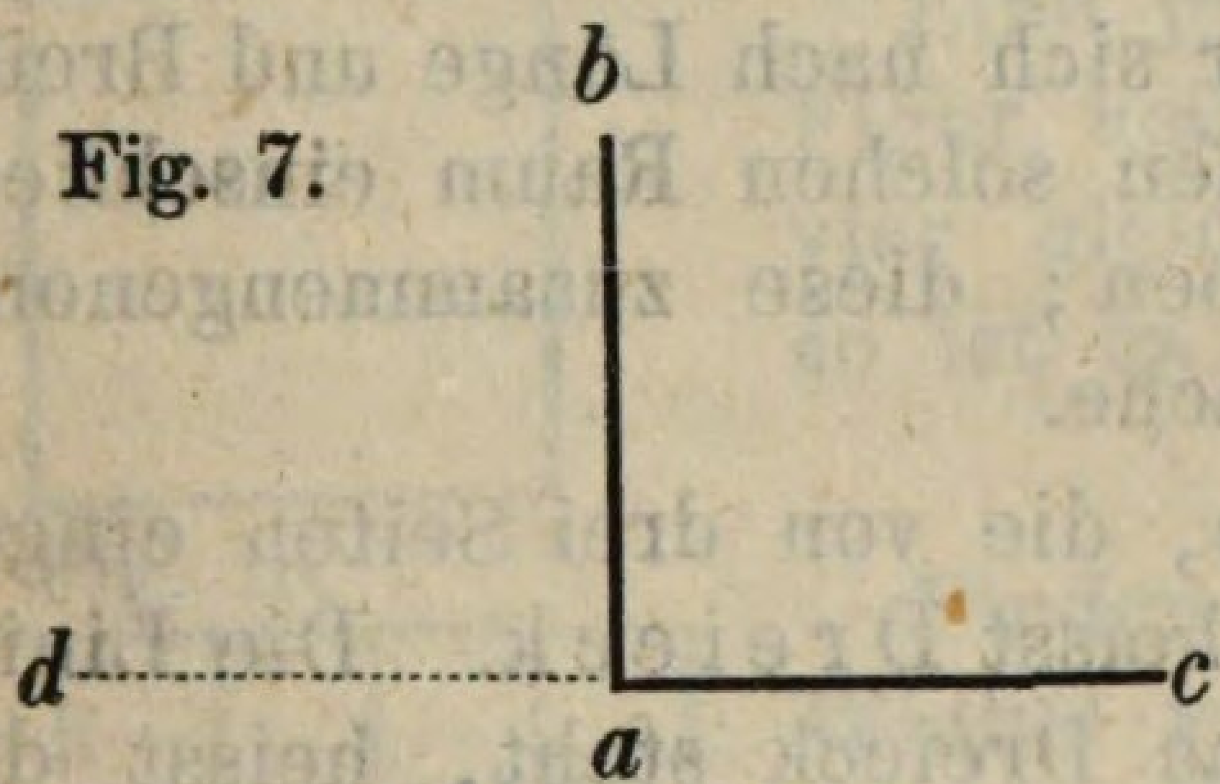
*) Die Meridiane sind Halbkreise, von einem Pole zum andern gezogen, welche den Aequator und die sämmtlichen Parallelkreise durchschneiden und so die Erde in eine östliche und westliche Hälfte theilen.

Fig. 6.



kel entsteht, werden die Schenkel der Punct aber, in welchem beide Schenkel zusammentreffen, wird der Scheitelpunct oder die Spitze genannt.

Fig. 7.



Trifft ein Schenkel senkrecht auf einen andern, so entsteht ein rechter Winkel (Fig. 7 b-a-c). Durch die Verlängerung der wagrechten Linie nach links entsteht ein zweiter Winkel (Fig. 7 b-a-d), welcher Nebenwinkel heisst. Er ist ebenfalls ein rechter Winkel. Nebenwinkel nennt man daher solche, die einen Schenkel gemein haben, deren beide anderen Schenkel aber eine gerade Linie bilden. Nehmen wir einen Zirkel zur Hand, betrachten wir an diesem die beiden Arme desselben als die Schenkel des Winkels, legen den einen Schenkel auf dem Tisch gerade auf, so dass er ganz horizontal liegt und stellen den andern Schenkel ganz senkrecht, dann haben wir einen rechten Winkel.

Fig. 8.

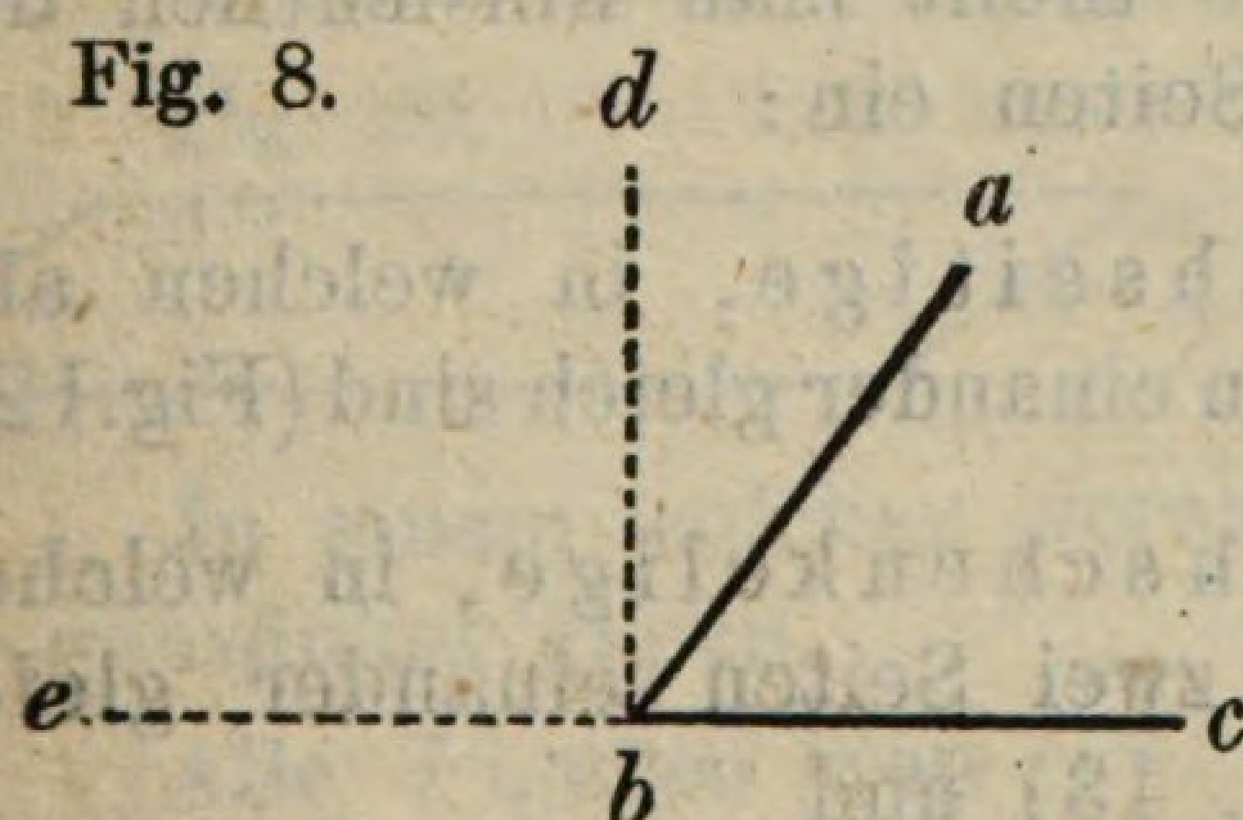
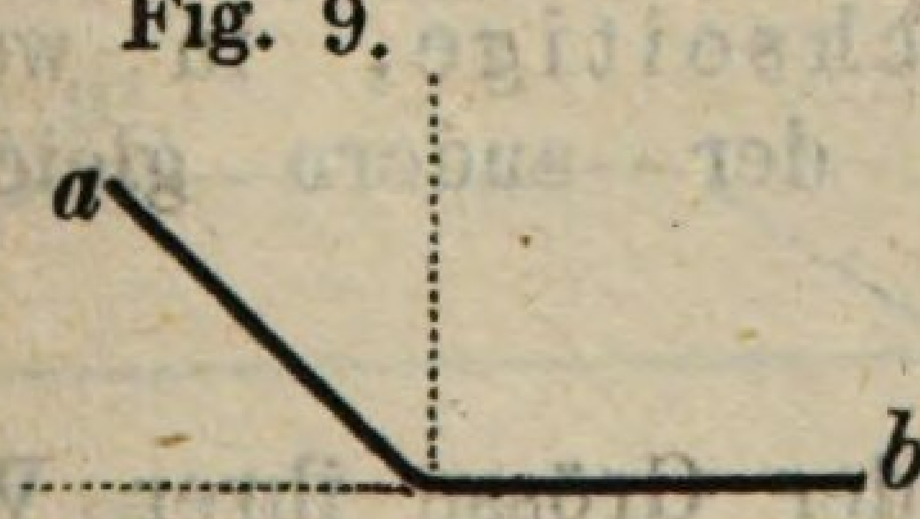
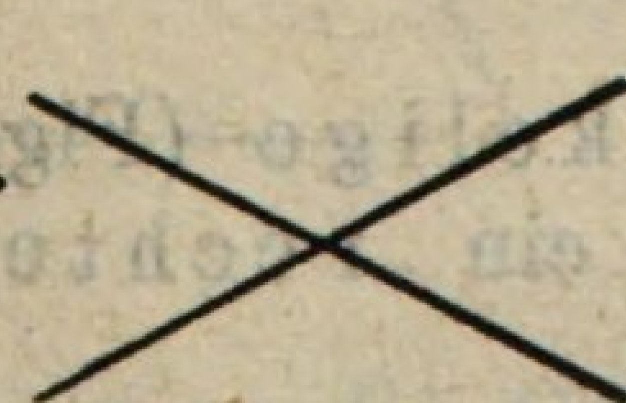


Fig. 9.



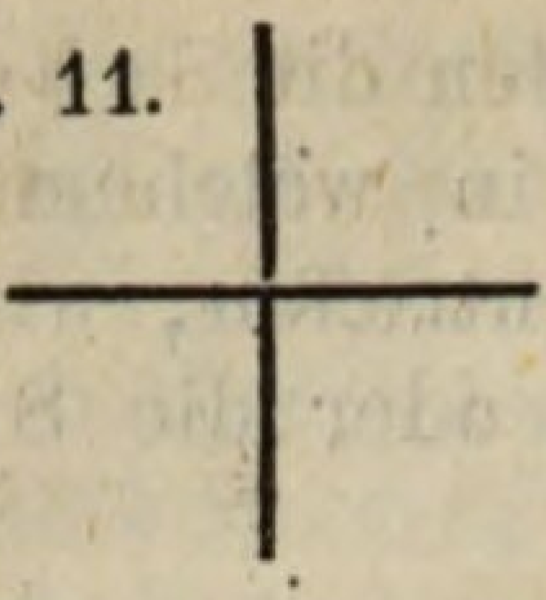
Jst der Winkel kleiner, als ein rechter, dann nennt man ihn einen spitzigen (Fig. 8 a-b-d); ist er aber grösser, dann heisst er ein stumpfer (Fig. 9 a-b). Setzt man auf den Punkt, in welchem bei Fig. 8 die Linien zusammen treffen, eine senkrechte Linie (d-b), so entsteht ein Nebenwinkel, welcher noch einen spitzigen Winkel bildet; setzt man die wagrechte Linie nun weiter nach links fort (b-e), so entsteht wieder ein Nebenwinkel, der aber ein rechter ist.

Fig. 10.



Wenn die zwei Schenkel eines Winkels in ihrem Scheitelpunkte in gerader Richtung verlängert werden, so entstehen hiedurch 4 Winkel, welche man,

Fig. 11.



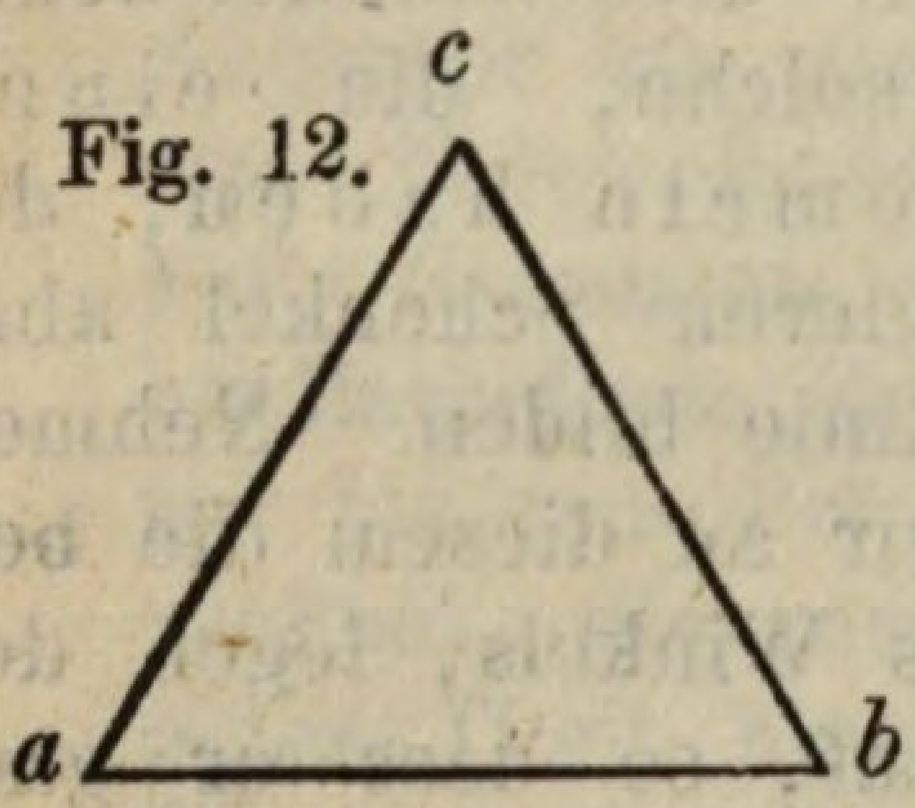
weil sie einen gemeinschaftlichen Scheitel haben, S c h e i t e l w i n k e l nennt (Fig. 10 u. 11). Die Figur 10 gibt 2 spitzige und 2 stumpfe Winkel, die Figur 11 aber 4 rechte.

---

2. Von den Flächen und deren Berechnung.

Eine F l ä c h e ist ein Raum, der sich nach Länge und Breite ausdehnt. Die Linien, welche einen solchen Raum einschliessen, heissen die S e i t e n derselben; diese zusammengenommen bilden den U m f a n g der Fläche.

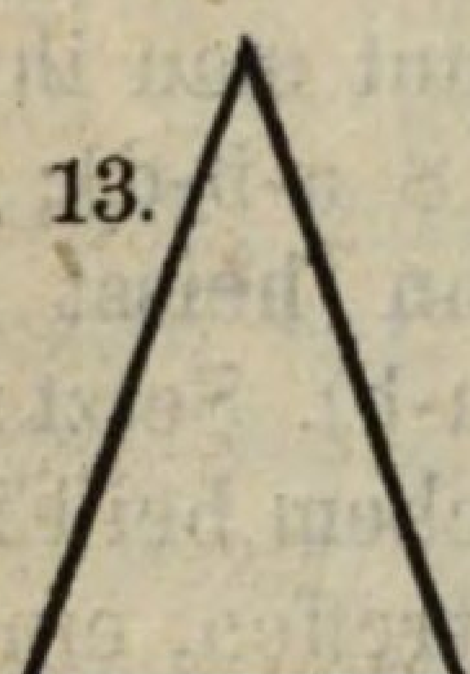
Fig. 12.



Eine Fläche, die von drei Seiten eingeschlossen ist, heisst D r e i e c k. Die Linie, auf welcher das Dreieck steht, heisst die G r u n d l i n i e (Fig. 12 a-b), wozu man aber jede beliebige Seite wählen kann; die beiden anderen heissen die S c h e n k e l (a-c und c-b) und die der Grundlinie entgegengesetzte Spitze (c) heisst die S p i t z e des Dreiecks.

Die Dreiecke theilt man hinsichtlich der Grösse ihrer Seiten ein:

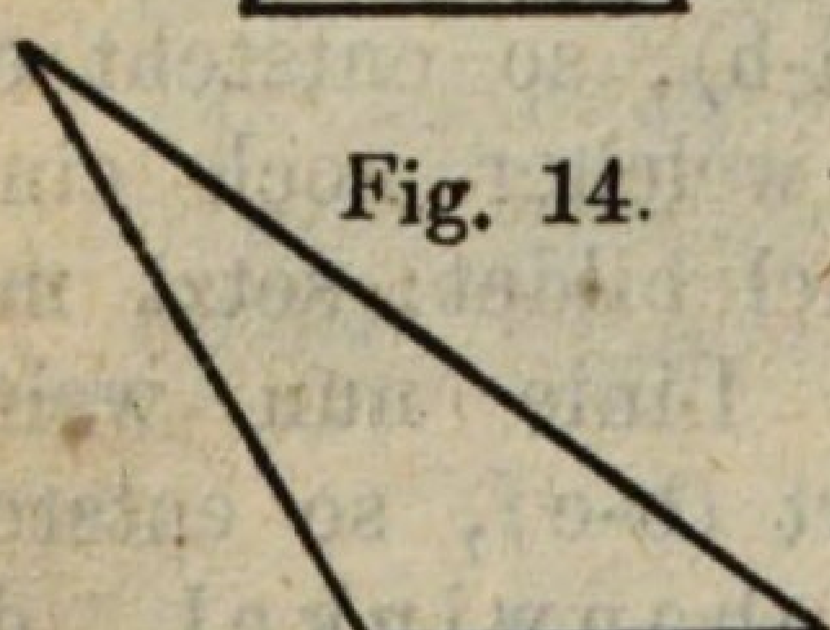
Fig. 13.



1) in g l e i c h s e i t i g e, in welchen alle drei Seiten einander gleich sind (Fig. 12),

2) in g l e i c h s c h e n k e l i g e, in welchen sich nur zwei Seiten einander gleich sind (Fig. 13) und

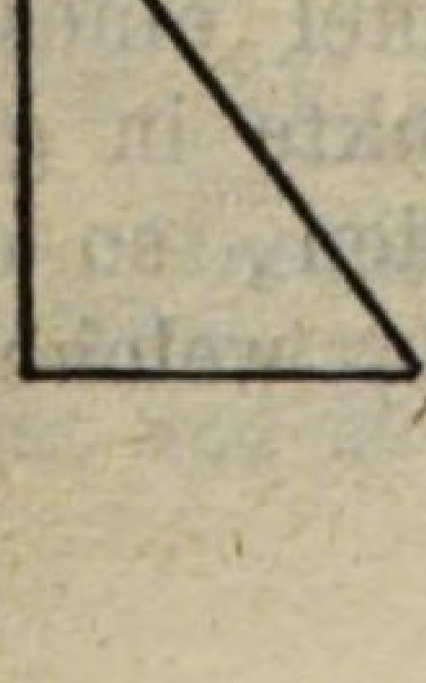
Fig. 14.



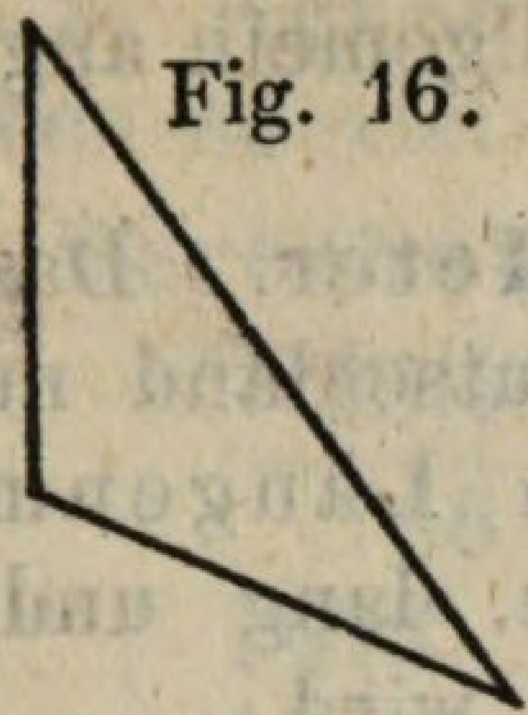
3) in u n g l e i c h s e i t i g e, in welchen keine Seite der andern gleich ist (Fig. 14).

Rücksichtlich der Grösse ihrer Winkel werden die Dreiecke eingetheilt:

Fig. 15.

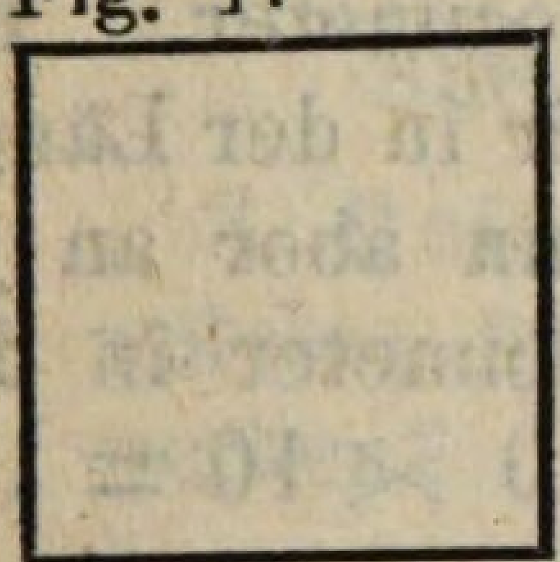


1) in r e c h t w i n k e l i g e (Fig. 15), in welchen sich ein r e c h t e r Winkel befindet,

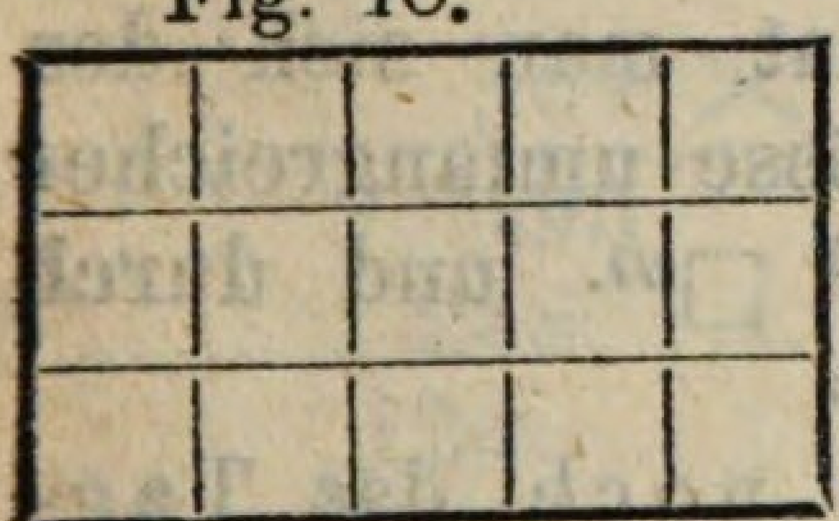

Fig. 16.

2) in **stumpfwinkelige** (Fig. 16), in welchen sich ein **stumpfer** Winkel befindet,

3) in **spitzwinkelige** (Fig. 13), in welchen sich drei **spitzige** Winkel befinden.

Fig. 17


Eine jede von **vier** Seiten eingeschlossene Figur heisst ein **Viereck**. Hat ein Viereck vier gleiche Seiten und vier rechte Winkel, so ist es ein **Quadrat** (Fig. 17).

Fig. 18.


Finden sich in einem Vierecke vier rechte Winkel vor, sind aber nur die zwei gegenüber liegenden Seiten einander gleich, so heisst es ein **Rechteck** (Fig. 18).

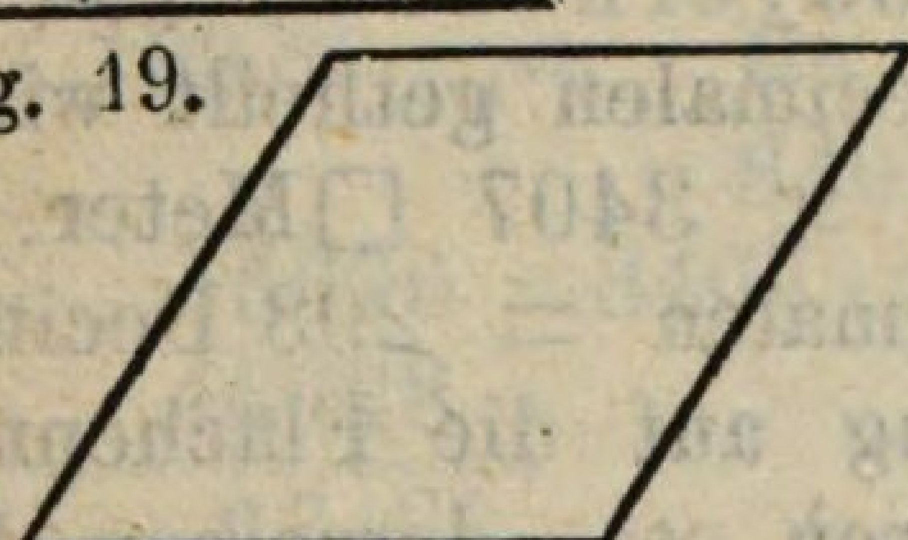
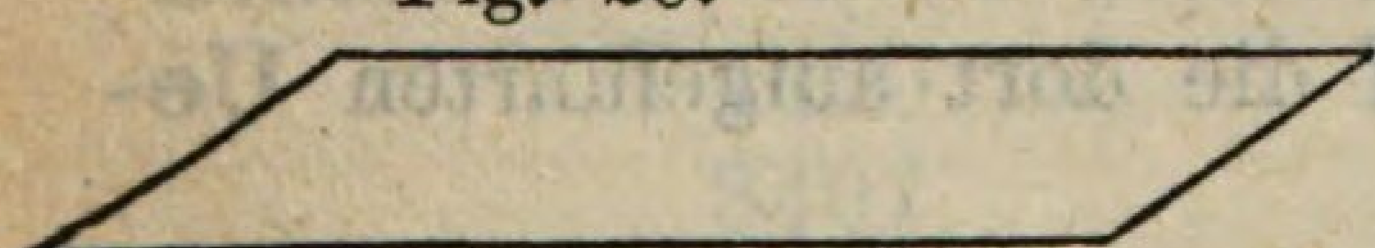
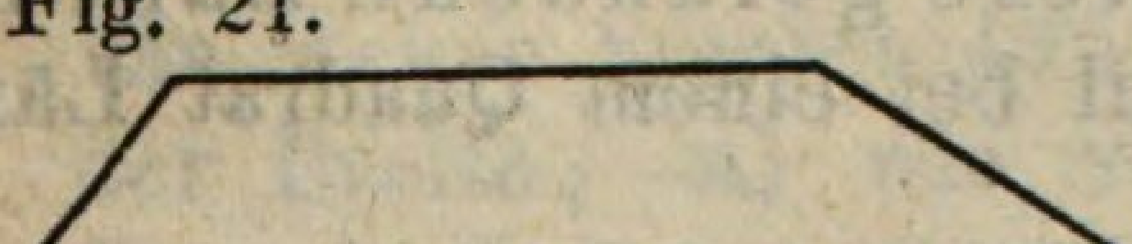
Fig. 19.


Fig. 20.


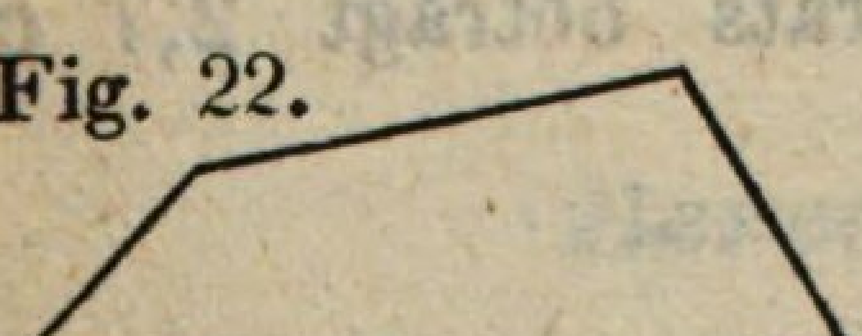
Wenn in einem Vierecke die vier Seiten einander gleich sind, sich aber kein rechter Winkel darin befindet (Fig. 19), oder wenn in einem solchen immer nur die zwei gegenüberliegenden Seiten gleich sind und sich kein rechter Winkel vorfindet (Fig. 20), so heisst es ein **verschobenes Viereck**.

Jn einem solchen verschobenen Viereck sind sich die Gegenwinkel gleich.

Alle Figuren von 17 bis 20 einschlüssig führen den gemeinschaftlichen Namen **Parallelogramm**.

Fig. 21.


Wenn in einem Viereck nur zwei Seiten mit einander parallel laufen, so heisst es ein **Paralleltrapez** (Fig. 21).

Fig. 22.


Läuft aber in einem Viereck gar keine Seite mit der andern parallel, dann heisst es geradezu **Trapez** oder **Trapezoid** (Fig. 22).

Wenn man die Grösse einer Fläche genau angeben will, so kann dies nur dadurch geschehen, dass man sagt, wie viel

mal so gross eine andere Fläche von einer allgemein angenommenen Grösse ist.

Zum Messen der Längen haben wir das Meter. Das Flächenmass, welches vom Jahre 1872 an in Deutschland nur gebraucht werden soll, beruht ganz auf dem Längenmasse. Seine Einheit ist ein Quadrat, welches 1 *m.* lang und 1 *m.* breit ist und daher Quadratmeter genannt wird.

Ein Meter enthält, wie wir wissen, 10 Decimeter. Ein Quadratmeter enthält nun zwar auch 10 Decimeter in der Länge, aber auch 10 Decimeter in der Breite; wenn nun aber an jedes der 10 Decimeter in der Länge noch 10 Decimeter in der Breite gesetzt werden, so ergeben sich daraus $10 \times 10 = 100$ Quadratdecimeter.

Als Flächenmass kleinerer Flächen bedient man sich des $\square^{dm.}$, $\square^{cm.}$, und auch des $\square^{mm.}$ Die Grösse umfangreicher Flächen wird durch das Hektar $= 10000 \square^{m.}$ und durch das Ar $= 100 \square^{m.}$ ausgedrückt.

Als Feldmass bleibt aber in Bayern noch das Tagwerk in Geltung, welches in 100 Decimalen getheilt wird.

1 Tagwerk = 34 Ar 7 □Meter = 3407 □Meter.

1 Hektar = 2 Tagwerk 93 Decimalen = 293 Decimalen.

Die nöthigen Erklärungen in Bezug auf die Flächenmasse, sowie auf das Resolviren und Reduciren etc. derselben finden sich schon von Seite 42—46 im zweiten Theile des Rechenbuches, wesshalb darauf, sowie auf die dort aufgeführten Uebungsbeispiele hingewiesen wird.

Es kann daher gleich zur Berechnung der Flächen selbst vorgegangen werden. Wir beginnen hier mit der

Berechnung des Quadrats.

Um den Flächeninhalt eines Quadrats zu finden, muss man die Länge einer Seite messen und diese gefundene Zahl mit sich selbst multipliciren, weil bei einem Quadrat Länge und Breite einander gleich sind.

1. Beispiel: Die Seite eines Quadrats beträgt 2,7 *cm.*; wie gross ist sein Flächeninhalt?

Berechnung: $2{,}7 \times 2{,}7$

$$\begin{array}{r} 189 \\ 54 \\ \hline 7{,}29 \end{array} \square^{cm.}$$

2. Beispiel: Ein Saal hat 18,4 *m.* in der Länge und eben so viel in der Breite; welches ist der Quadratinhalt?

Berechnung:

```
 18,4 × 18,4
    736
  1472
  184
 338,56 □m. = 338 □m. 56 □dm.
```

3. Beispiel: Eine Wiese in Quadratform ist 124 *m.* lang; welches ist ihr Quadratinhalt: a) in □*m.*, b) in bayr. Tagwerken?

Berechnung:

```
  124 × 124
  496
  248
 124
15376 □m.  Da 1 Tagwerk = 3407 □m., so erscheint
           3407 als Divisor.
 15376 : 3407 = 4,51 bayr. Tagwerk = 4 Tagwerk 51
 13628               Decimalen ca.
  17480
  17035
    4450
    3407
    1043
```

1) Wie gross ist ein im Quadrat gebauter Hausplatz, dessen Länge 4,5 *m.* beträgt?

2) Ein freier, quadratförmiger Platz hat eine Länge von 45,2 *m.*; wie viel □*m.* beträgt sein Quadratinhalt?

3) Ein Acker beträgt 145 *m.* in der Länge und eben so viel in der Breite; a) wie viel enthält er □*m.*, b) wie viel bayr. Tagwerk?

Berechnung des Rechtecks.

Um den Quadratinhalt eines Rechtecks zu finden, messe man **Breite** und **Länge** (Höhe oder Tiefe) und multiplicire die gefundenen Zahlen mit einander. Stellen wir uns vor, der Raum

von einer Linie zur anderen des Rechtecks (Fig. 18) sei ein *dm*. Es beträgt demnach die Länge 5 *dm*. und die Breite 3 *dm*. Wir finden in diesem Rechtecke, dass der Raum nicht von 5 und 3 *dm*. ausgefüllt ist, sondern finden die 5 *dm*. 3mal oder die 3 *dm*. 5mal und daraus ergibt sich ganz klar, dass man, um den Quadratinhalt eines Rechtecks zu finden, die Länge mit der Breite multipliciren muss.

Beispiel: Eine Platte ist 4,7 *dm*. lang und 2,5 *dm*. breit; wie viel hält sie im Quadrat?

Berechnung:

4,7 × 2,5
235
94
11,75 □*dm*. = 11 □*dm*. 75 □*cm*.

4) Ein Garten ist 18,4 *m*. lang und 10,7 *m*. breit; wie viel beträgt sein Quadratinhalt?

5) Ein Zimmer hat eine Länge von 5 *m*. 9 *dm*. 6 *cm*. und eine Breite von 4 *m*. 8 *dm*. 7 *cm*.; wie viel hält es im Quadrat?

6) Eine Latte ist 6 *m*. lang und 4 *cm*. 3 *mm*. breit, wie viel hält sie im Quadrat? (Man verwandle das Mass der Länge und Breite in *mm*. und multiplicire dann.)

7) Eine Fläche hat eine Länge von 16 *m*. 3 *dm*. 5 *mm*. und eine Breite von 9 *m*. 8 *cm*.; welches ist ihr Quadratinhalt?

8) Ein Haus soll auf der Vorder- und Hinterfront mit Oelfarbe angestrichen werden. Der Tüncher fordert für das □*m*. 24 *Kr.* südd. W. Was kostet der Anstrich, wenn das Haus 22,6 *m*. lang, 12,5 *m*. hoch ist und wenn auf der Vorder- und Hinterfront je 17 Fenster à 2 *m*. Höhe und 1,25 *m*. Breite und 1 Thür von 2,5 *m*. Höhe und 1,2 *m*. Breite abgerechnet werden? (Man berechne zuerst die Wandfläche von beiden Fronten, ziehe dann die berechnete Fläche von 34 Fenstern und 2 Thüren davon ab und berechne von den übrigen □*m*. noch den Anstrich à 24 *Kr.* pr. □*m*.)

Jst bei einem Rechteck die Länge und der □Jnhalt desselben angegeben, so findet man die Breite, wenn man den □Jnhalt durch die Länge dividirt.

Beispiel: Welches ist die Breite einer Fläche, deren Länge 15 *m*., deren □Jnhalt aber 108 □*m*. beträgt?

Berechnung:

$$\begin{array}{l} 108 : 15 = 7{,}2\ m. = 7\ m.\ 2\ dm. \\ \underline{105} \\ 30 \\ = \end{array}$$

9) Ein Rechteck hat einen Flächeninhalt von 24 □m. 60 □dm.; die Länge beträgt 16 *m.* 4 *dm.*; welches ist die Breite desselben?

10) Der Quadrat-Jnhalt eines Gartenbeetes beträgt 2,4 □m., die Länge desselben 6 *m.*; wie viel die Breite?

11) Ein rechtwinkliger Garten enthält 980 □m Flächeninhalt; er ist 40 *m.* lang; wie viel *m.* beträgt die Breite?

12) Wie breit muss ein Garten angelegt werden, der bei einer Länge von 36,5 *m.*, 730 □*m.* gross sein soll?

Berechnung des verschobenen Viereckes.

Ein verschobenes Viereck ist einem Rechteck an Grösse ganz gleich.

Man kann das sehr leicht erkennen, wenn man aus Papier ein verschobenes Viereck bildet, hierauf auf der einen Seite so viel abschneidet, dass auf derselben rechte Winkel entstehen, dann aber das abgetrennte Papier an die andere Seite so ansetzt, dass das Ganze die Form eines Rechteckes erhält. (Fig. 19.)

Bei einem verschobenen Viereck (Fig. 19 und 20) wird daher vor Allem die Grundlinie gemessen; hierauf wird von der oberen Linie auf die Grundlinie eine senkrechte gezogen, die ebenfalls gemessen wird. Durch Multiplication der Grundlinie mit der senkrechten wird dann der Quadrat-Jnhalt gefunden. Die Berechnung ist daher gerade so, wie die vorhergehenden.

Beispiel: Wie gross ist der Quadrat-Jnhalt eines verschobenen Vierecks, wenn die Grundlinie 17,5 *cm.*, die Höhe 15,25 *cm.* ist?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} \underline{17{,}5 \times 15{,}25} \\ 7625 \\ 10675 \\ \underline{1525} \\ 266{,}875 \end{array}$$

266,875 □cm. = 2 □dm., 66 □cm. 87,5 □mm.

13) Der Quadrat-Jnhalt eines verschobenen Viereckes ist 6,75 □*cm.*, die Höhe 0,5 *cm.*; wie gross ist seine Grundlinie?

14) Die Grundlinie eines verschobenen Vierecks beträgt 15,6 *cm.*, die Höhe 12,9 *cm.*; wie gross ist der Flächeninhalt?

15) Ein verschobenes Quadrat hat 7,9 *cm.* Länge, die Höhe eben so viel; welches ist der Quadrat-Jnhalt?

16) Eine Fläche in der Form eines verschobenen Vierecks ist 16 Are gross, die Länge beträgt 64 *m.*; wie breit ist die Fläche?

Berechnung eines Paralleltrapezes oder ungleichseitigen Vierecks.

Der Jnhalt eines solchen ungleichseitigen Vierecks wird gefunden, wenn man vor allen Dingen die Höhe sucht, indem man den senkrechten Abstand der beiden parallelen Seiten durch eine senkrechte Linie misst, hierauf die Summen der beiden parallelen Seiten addirt und mit der Höhe multiplicirt. Da aber durch dieses Verfahren die doppelte Grösse sich ergibt, weil die beiden parallelen Seiten mit der Höhe multiplicirt wurden, so muss man dann das Product mit 2 dividiren.

Beispiel: Die grössere Parallelseite enthält 4,7 *m.*, die kleinere 3,3 *m.*, die Höhe 2,5 *m.*; welches ist der Quadrat-Jnhalt dieses Paralleltrapezes?

Berechnung:

4,7 *m.*
3,3 „
8,0 × 2,5 *m.*
20,00 : 2 = 10 □*m.*

17) Von einem ungleichseitigen Viereck hat die eine Parallelseite 4,28 *dm.*, die andere 3,75 *dm.*; die Höhe desselben beträgt 2,8 *dm.*; welches ist sein Quadrat-Jnhalt?

18) Eine ein Rechteck bildende Wiese, welche 78,5 *m.* lang und 57,8 *m.* breit war, wurde von einer Eisenbahn so durchschnitten, dass letztere von der Ecke der grösseren Seite gerade so auf die gegenüberliegende Seite lief, dass auf dieser die Breite nur noch 36,4 *m.* betrug; welchen Flächeninhalt

a) nach Metern, b) nach bayr. Tagwerken erhielt nun die Wiese, da 1 bayr. Tagwerk = 3407 □m. enthält? (Man zähle die Breite der beiden Seiten zusammen, multiplicire die Summe mit der Länge und nehme hievon die Hälfte.)

19) Welches ist der Flächeninhalt eines ungleichseitigen Vierecks, wenn dessen eine Parallelseite 8,3 *m.*, dessen andere 5,7 *m.* und die Höhe desselben 2,9 *m.* beträgt?

20) Ein Acker hat eine Länge von 125,6 Meter; die Breite beträgt auf der einen Seite 54,7 *m.*, auf der andern 36,3 m. a) Wie viele *m.*, b) wie viele Tagwerk beträgt sein Flächeninhalt?

Berechnung der Dreiecke.

Jedes Dreieck ist die Hälfte eines Vierecks, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat. Dieses ist hier durch punktirte Linien in Figur 23 und 24 nachgewiesen.

Fig. 23.

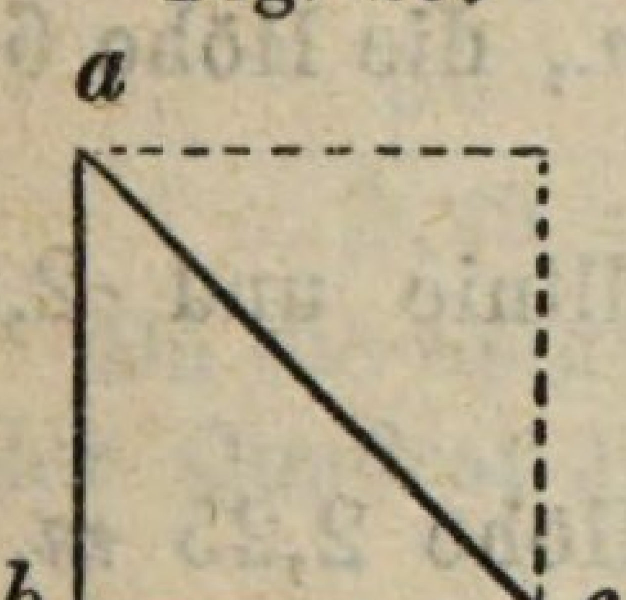
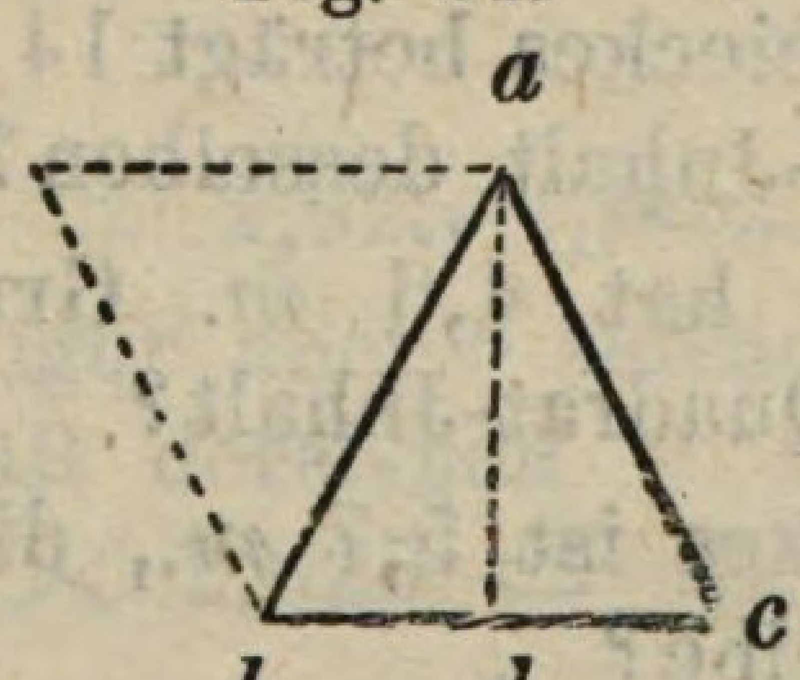


Fig. 24.



Da nun ein Dreieck die Hälfte eines Vierecks ist, so darf man nur die Grundlinie und die Höhe messen (in Fig. 23 *ab* und *bc*, in Fig. 24 *bc* und *ad*), dann beide wie bei einem Viereck mit einander multipliciren, das Product aber nur zur Hälfte nehmen und daher mit 2 dividiren.

1. Beispiel: Wie viel *m.* hat eine dreieckige Fläche, deren Grundlinie 2,5 *m.*, deren Höhe 2,25 *m.* enthält?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 2{,}5 \times 2{,}25 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ \hline 5{,}625 : 2 = 2{,}8125 \ \square m. = 2 \ \square m.\ 81 \ \square dm. \\ 25 \ \square cm. \end{array}$$

2. Beispiel: Wie gross ist die Höhe eines Dreiecks, das bei einem Flächeninhalt von 30,2 □m. eine Grundlinie von 9,6 *m.* hat?

Um die Höhe eines Vierecks zu berechnen, dividirt man wie schon oben gezeigt wurde, mit der Grundlinie in den Quadrat-Jnhalt; der Quotient ergibt dann die Höhe.

Wenn nun ein Dreieck 30,2 □m. enthält, so enthält ein Viereck, welches zwei solcher Dreiecke ausmacht, einen noch einmal so grossen Quadrat-Jnhalt, als ein Dreieck. Wir müssen daher 2 × 30,2 □m. annehmen und mit der Grundlinie in diesen Quadrat-Jnhalt dividiren, um die richtige Höhe zu finden.

30,2 □m. × 2 = 60,4 : 9,6 = 6,291 *m.* Höhe.

```
 576
 ---
 280
 192
 ---
  880
  864
  ---
   160
    96
   ---
    64
```

21) Die Grundlinie eines Dreieckes beträgt 14 *cm.*, die Höhe 6 *cm.*; welches ist der Quadrat-Jnhalt desselben?

22) Eine dreieckige Fläche hat 4,6 *m.* Grundlinie und 2,8 *m.* Höhe; welches ist ihr Quadrat-Jnhalt?

23) Die Breite eines Dreieckes ist 5,7 *m.*, die Höhe 2,25 *m.*; wie viele □m. enthält dasselbe?

24) Ein Dachgiebel ist 12,4 *m.* tief und 9,2 *m.* hoch; wie viel beträgt der Flächeninhalt?

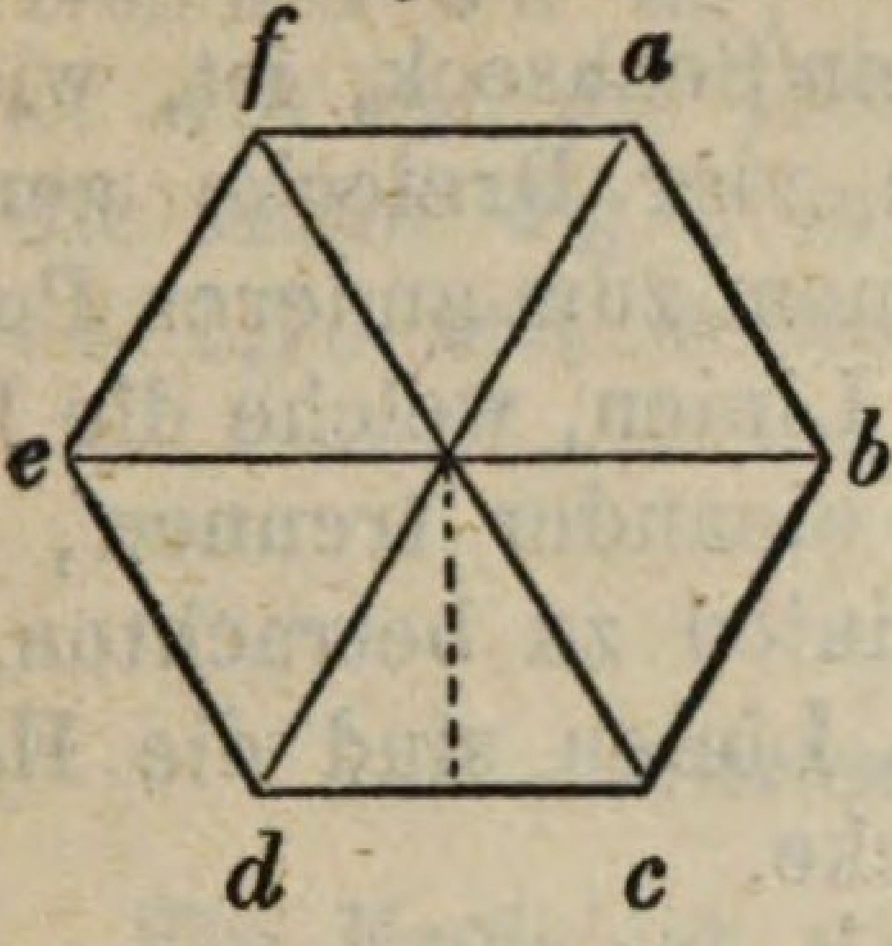
25) Die Höhe eines Dreieckes beträgt 10 *m.* der Flächeninhalt 240 □m.; welche Länge hat die Grundlinie?

26) Ein Dreieck enthält 122 □cm., die Grundlinie 16 *cm.*; wie viel beträgt die Höhe?

Berechnung der Vielecke.

Jede von mehr als vier Seiten eingeschlossene Figur heisst ein Vieleck. Man unterscheidet davon regelmässige, bei welchen alle Seiten und Winkel gleich sind, und unregelmässige, bei welchen diese Eigenschaft nicht stattfindet.

Fig. 25.



Die Fig. 25 ist ein **regelmässiges Sechseck**. Um den Flächeninhalt eines regelmässigen Vieleckes zu finden, zieht man vor Allem von den Ecken aus Linien auf den Mittelpunkt desselben Dadurch erhält man so viele gleiche Dreiecke, als das Vieleck Seiten oder Ecken hat. Nun berechnet man eines dieser Dreiecke, wie dies bei der Berechnung der Dreiecke gezeigt wurde nnd nimmt dann den gefundenen Quadrat-Jnhalt so oft mal, als Seiten oder Dreiecke vorhanden sind.

Beispiel: Nehmen wir an, jede Seite des obigen regelmässigen Sechseckes enthält 2,5 *dm.*, und die Höhe beträgt 2,1 *dm.*; wie viel □*dm.* hat dann dessen Oberfläche?

Berechnung:

$$2{,}5 \times 2{,}1$$

25
50

5,25 : 2 = 2,625 □*dm.* enthält eines der Dreiecke.

Da die obige Figur aber 6 solche Dreiecke enthält, so beträgt der Quadrat-Jnhalt derselben

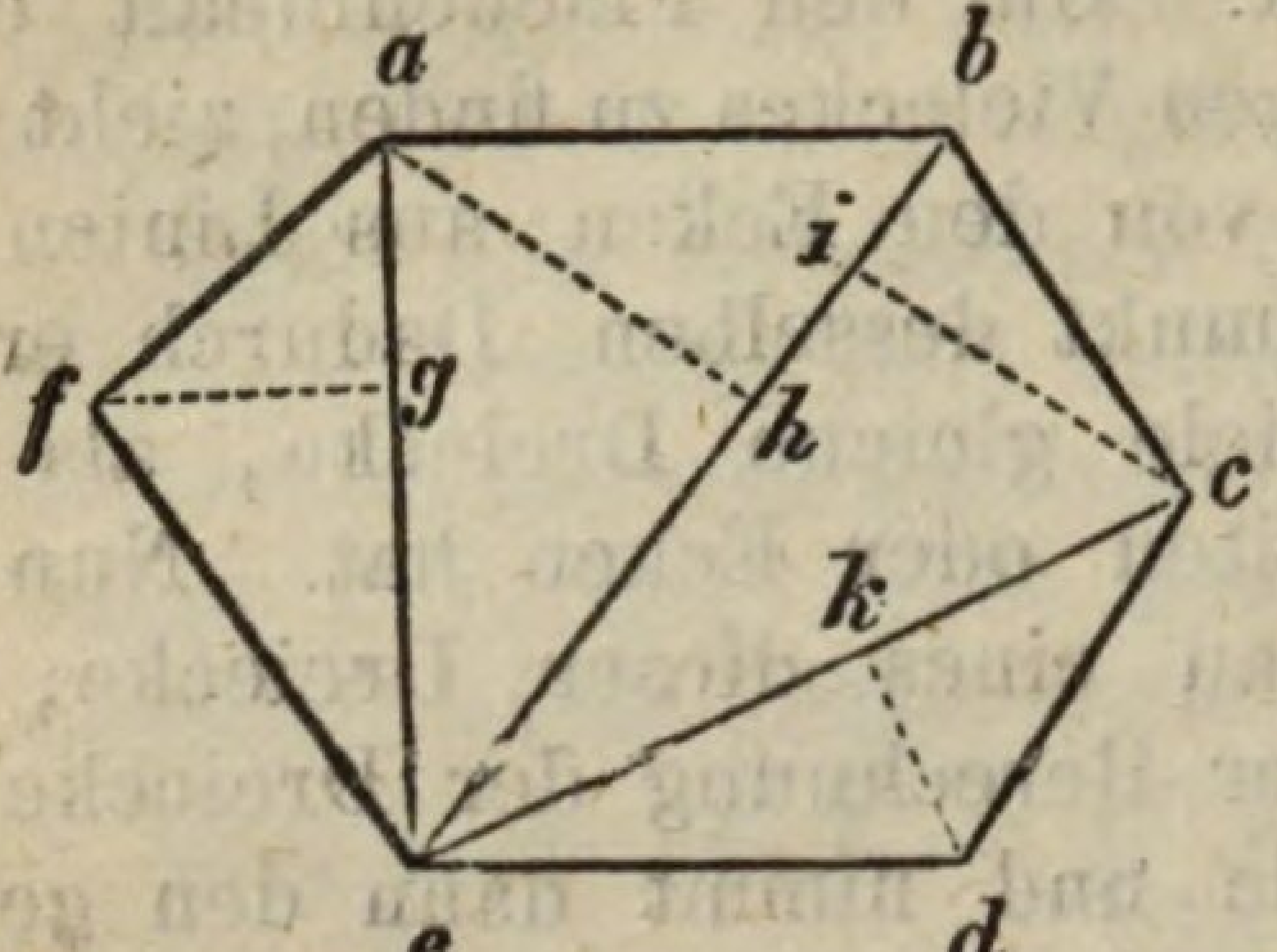
$$6 \times 2{,}625 = 15{,}75 \text{ □}^{dm.}$$

27) Jede Seite eines regelmässig fünfeckigen Steines hat 1 *m.* 30 *cm.*, die Tiefe von den erhaltenen 5 Dreiecken 1 *m.* 80 *cm.*; welches ist dessen Flächeninhalt?

28) Die Grundfläche eines regelmässigen Sechsecks lässt sich von der Mitte aus in 6 Dreiecke zerlegen. Wenn nun jedes dieser Dreiecke 4 *m.* Grundlinie und 3,465 *m.* Höhe hat, welches ist deren Flächeninhalt?

Will man von einem **unregelmässigen Vieleck** den Flächeninhalt berechnen, so muss dasselbe ebenfalls dadurch, dass man von einer Ecke zur andern Linien zieht, in Dreiecke zerlegt werden; da die hierdurch gefundenen Dreiecke nicht gleich sind, so muss der Flächeninhalt eines jeden berechnet, und die Resultate müssen zusammengezählt werden.

Fig. 26.



Das hier vorliegende unregelmässige, ein Sechseck, ist, wie wir sehen, in vier Dreiecke zerlegt. Die von einem zum anderen Punkte gezogenen Linien, welche die Dreiecke von einander trennen, sind als Grundlinien zu betrachten, die punktirten Linien sind die Höhen der Dreiecke.

Beispiel: Nehmen wir an, die Grundlinie a e = 7 *m.*, die e b = 9 *m.*, die b e = 9 *m.*, die c e = 8 *m.*

a e	enthält 7 *m.*	und eine Höhe	g f	von 3 *m.*
e b	„ 9 „	„ „ „	h a	„ 4 „
b e	„ 9 „	„ „ „	i c	„ 3,5 „
c e	„ 8 „	„ „ „	d k	„ 2 „

Berechnung:	7 × 3 = 21 : 2 =	10,5 □*m.*
	9 × 4 = 36 : 2 =	18 „
	9 × 3,5 = 31,5 : 2 =	15,75 „
	8 × 2 = 16 : 2 =	8 „

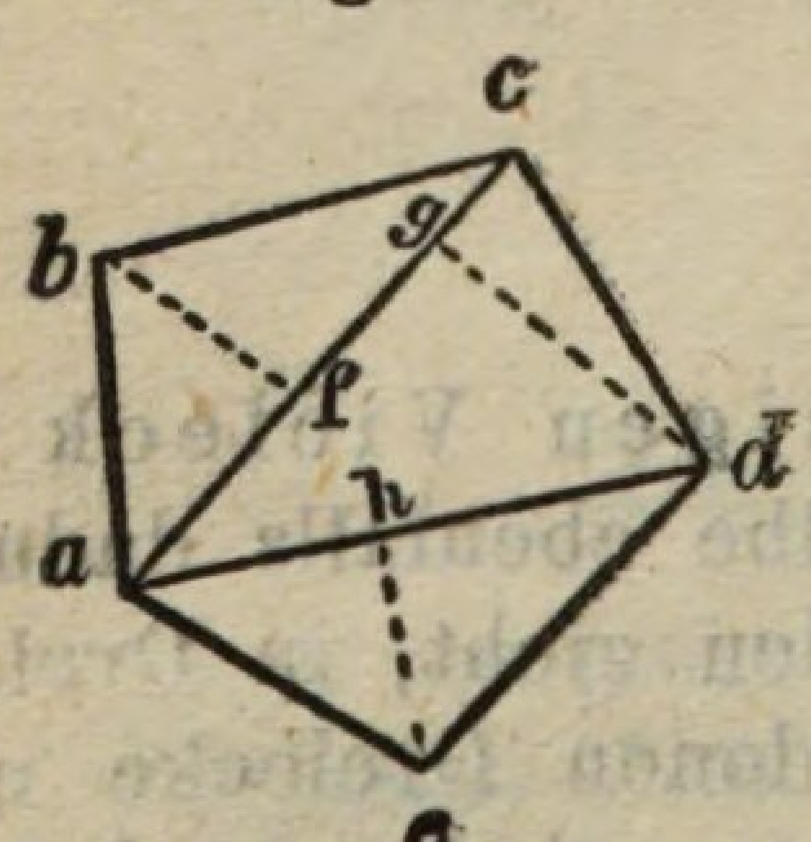
Der Quadrat-Jnhalt des unregelm. Sechseckes beträgt 52,25 □*m.*

29) Nehmen wir an, bei der obigen Figur habe sich beim Messen der Grundlinie und der Höhe jedes der 4 Dreiecke folgendes ergeben:

Grundlinie	a e	14,7 *m.*,	Höhe 6,3 *m.*
„	e b	18,9 „	„ 8,4 „
„	b e	18,9 „	„ 7,35 „
„	c e	16,8 „	„ 4,2 „

Wie gross ist dann der Flächeninhalt dieses Sechseckes?

Fig. 27.



30) Die Figur 27 stellt ein Fünfeck dar. Nehmen wir an, beim Messen der Grundlinie und der Höhe jedes der 3 Dreiecke habe sich ergeben

Grundlinie	a c = 16 *m.*,	Höhe b f = 6 *m.*
„	c a = 16 „	„ d g = 8 „
„	a d = 14 „	„ e h = 7 „

Welches ist der Quadrat-Jnhalt dieses Fünfeckes?

31) Nehmen wir an, vom obigen Fünfeck sei 1) die Grundlinie ac 4,5 *m.*, die Höhe bf 1,7 *m.*, 2) die Grundlinie ad 4,5 *m.*, die Höhe dg 2 *m.*, 3) die Grundlinie ad 4 *m.*, die Höhe eh 1,75 *m.*; welches ist dann dessen Quadrat-Jnhalt?

Berechnung des Kreises.

Ein Kreis ist wie oben schon erwähnt wurde, eine Linie, welche um einen Mittelpunkt herumläuft und in allen ihren Theilen (Punkten) gleich weit von demselben entfernt ist. Den Punkt, um welchen sie herumläuft, nennt man das Centrum oder den Mittelpunkt; die Linie selbst heisst der Kreisumfang (die Peripherie). Zieht man durch den Mittelpunkt von einem Punkte des Kreisumfanges zu einem andern eine gerade Linie, so nennt man diese den Durchmesser. Eine gerade Linie aber vom Mittelpunkte bis zu einem Punkte des Kreisumfangs heisst der Halbdurchmesser oder Radius.

Wir bedienen uns zur Darstellung eines Kreises auf Papier des Zirkels. Der Gärtner wendet aber zur Anlegung eines kreisrunden Beetes nicht den Zirkel an, sondern schlägt in den Erdboden einen runden Pfahl, knüpft vermittelst einer Schlinge eine Schnur um diesen Pfahl, befestiget am Ende desselben ein spitziges Stäbchen und bewegt dieses an der straff gehaltenen Schnur auf dem Gartenboden um den Pfahl herum, bis er an den Ausgangspunkt zurückkehrt.

Zieht man vom Mittelpunkte aus nach allen Seiten bis zum Kreisumfange gerade Linien (Halbdurchmesser), so entstehen dadurch viele Dreiecke, die alle gleiche Höhe haben; denn es sind ja alle Halbdurchmesser in einem Kreise einander gleich; ebenso alle Durchmesser.

Nach genauer Berechnung hat man gefunden, dass 1 *dm.* Durchmesser einen Kreisumfang von 3,14 *dm.* (genauer von 3,1416 *dm.*) gibt. Der Kreisumfang verhält sich daher zum Durchmesser, wie 3,14 zu 1.

Man findet sonach den Umfang eines jeden Kreises, wenn man den Durchmesser mit 3,14 multiplicirt.

1. Beispiel: Ein Rad hat 2,75 *m.* Durchmesser; welches ist sein Umfang?

Berechnung:

```
  2,75 × 3,14
 1100
  275
 825
8,6350 m. = 8 m. 6 dm. 3 cm. 5 mm.
```

2. Beispiel: Wie lang muss ein Reif um ein Rad sein, dessen Durchmesser 0,9 *m.* hat?

Berechnung:

```
3,14 × 0,9
= 2,826 m. = 2 m. 8 dm. 2 cm. 6 mm.
```

3. Beispiel: Welches ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang 8,5 *m.* gross ist?

Der Durchmesser eines Kreises wird dadurch gefunden, dass man den Kreisumfang durch 3,14 dividirt, weil der Durchmesser nur den 3,14. Theil vom Kreisumfang ausmacht.

Berechnung:

```
8,50 : 3,14 = 2,707 m. = 2 m. 7 dm. 7 mm. beträgt der
628                                       Durchmesser.
2220
2198
  2200
  2198
     2
```

Soll der Halbdurchmesser gesucht werden, so muss selbstverständlich nur die Hälfte des Durchmessers genommen, daher der Betrag des Durchmessers mit 2 dividirt werden.

32) Eine Drehscheibe hat einen Durchmesser von 1,3 *m.*; welches ist ihr Umfang?

33) Um ein Rad von 5,5 *m.* Durchmesser soll ein Reif gelegt werden; wie lang muss er sein?

34) Wenn der Halbdurchmesser einer Scheibe 3,8 *dm.* ist, wie gross ist a) der Durchmesser und b) der Umfang der Scheibe?

35) Welches ist der Halbdurchmesser eines Kreises von 36,8 *cm.*?

36) Die Erde hat im Durchmesser 1720 Meilen; wie gross ist ihr Umfang?

37) Der Stamm eines Baumes hat 1,7 *m.* im Unfang; wie viel beträgt sein Durchmesser?

Will man die ganze Fläche, welche ein Kreis umschliesst, berechnen, so muss der Halbdurchmesser des Kreises mit sich selbst multiplicirt, dann das gefundene Product durch 3,14 vervielfältigt werden.

4. Beispiel: Ein Kreis hat 7,6 *m.* Durchmesser; welches ist dessen Flächeninhalt?

Berechnung: Der Halbdurchmesser beträgt die Hälfte von 7,6 = 3,8 *m.*

```
   3,8 × 3,8
  ----------
    304
   114
  ----------
   14,44 × 3,14
  ----------
    5776
   1444
  4332
  ----------
  45,3416
```

45,3416 $\square^{m.}$ = 45 $\square^{m.}$ 34 $\square^{dm.}$ 16 $\square^{cm.}$ beträgt sein Flächeninhalt.

38) Welches ist der Flächeninhalt einer Säule, deren untere Fläche einen Durchmesser von 6 *cm.* hat?

39) Der Durchmesser eines Kreises ist 2,5 *cm.*; welches ist der Flächeninhalt?

40) Ein kreisrunder Rasenplatz hat einen Durchmesser von 16 *m.*; wie viel beträgt sein Flächeninhalt?

Wenn eine halbe Kreisfläche berechnet werden soll, so verfährt man gerade so, wie in den vorhergehenden Aufgaben und nimmt dann die Hälfte des gewonnenen Productes, indem man mit 2 dividirt.

---

3. Von den Körpern und deren Berechnung.

Jeder Körper hat Länge, Breite und Höhe (Tiefe, Dicke). Als Mass der Körper hat man den Kubus oder Würfel. Ein solcher hat 6 Quadratflächen, welche gleiche Länge, Breite und Höhe haben. Als Längenmass ist, wie wir schon wissen, jetzt bei uns das Meter, als Flächenmass das Quadratmeter ($\square^{m.}$), als Körpermass das Cubik-

meter ($c^{m.}$) und Cubikdecimeter ($c^{dm.}$) eingeführt. 1 Cubikmeter hat daher 1 *m.* Länge, 1 *m.* Breite und 1 *m.* Höhe. Ein Cubikmeter enthält 10 Cubikdecimeter in der Länge, jedes dieser Cubikdecimeter enthält 10 Cubikdecimeter auch in der Breite $= 10 \times 10 = 100$; jedes derselben enthält aber auch 10 Cubikdecimeter in der Höhe; daher enthält 1 Cubikmeter $10 \times 100 =$ **1000** Cubikdecimeter. So verhält es sich nun gerade auch, wenn wir die $c^{dm.}$ in $c^{cm.}$ verwandeln; denn jedes Cubikdecimeter enthält 1000 Cubikcentimeter, daher 1 Cubikmeter $1000 \times 1000 =$ **1000000** Cubikcentimeter.

Jn Bezug auf Resolviren, Reduciren etc. der Körpermasse verweise ich auf S. 48—51 des II. Thls. des Rechenb., wo für die nöthige Belehrung und für Uebungsaufgaben schon Fürsorge getroffen ist. Es kann daher hier sogleich der Anfang mit der Berechnung der Körper gemacht werden.

Man theilt die Körper nach den sie einschliessenden Flächen in eckige und runde. Die eckigen Körper werden nur von ebenen, die runden theils von ebenen und krummen, theils von lauter krummen Flächen eingeschlossen.

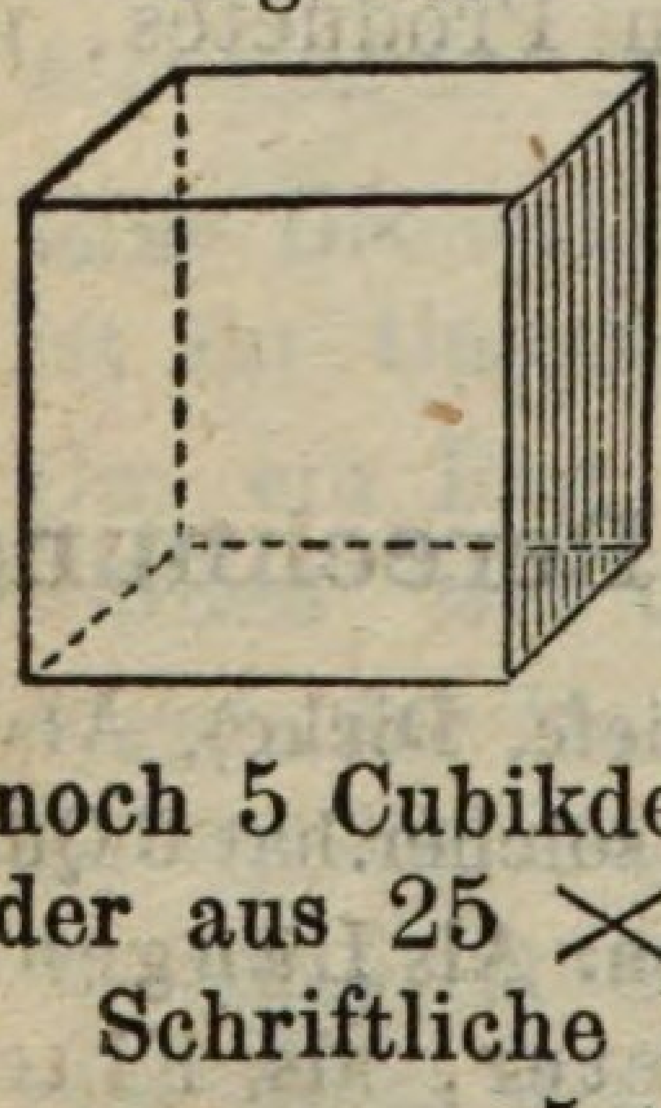
Zu den eckigen rechnen wir den Cubus, das Prisma oder die Säule und die Pyramide oder die Säulenspitze, zu den eckigen und krummen die Walze oder den Cylinder und den Kegel, zu den krummen die Kugel.

Berechnung der eckigen Körper.

Der Cubus oder Würfel.

Da ein Cubus gleiche Länge, Breite und Höhe hat, so muss man, wenn man den cubischen Jnhalt finden will, vor Allem durch Multiplication der Länge und Breite den Grundflächeninhalt suchen und diesen mit der angegebenen Höhe multipliciren.

Fig. 28.



Beispiel: Nehmen wir an: Nebenstehender Würfel (Fig. 28) habe 5 *dm.* Länge, u. ebenso viel Breite und Höhe; welches ist sein Cubikinhalt?

Berechnung: Dessen Grund-Flächeninhalt beträgt $5 \times 5 = 25$ □*dm.*; kommen nun auf die Grundfläche jedes der 25 □*dm.* noch 5 Cubikdecimeter, so bildet das einen Würfel oder Cubus, der aus $25 \times 5 = 125$ Cubikdecimetern besteht.

Schriftliche Darstellung:

$$5 \times 5 = 25 \times 5 = 125 \; cdm.$$

41) Wie viel Cubikcentimeter fasst ein Raum der 7,4 *cm.* Länge, 7,4 *cm.* Breite und 7,4 *cm.* Höhe hat?

42) Ein Würfel hat 3,4 *dm.* Länge und ebenso viel Breite und Höhe; welches ist sein Cubikinhalt?

Das Prisma oder die Säule.

Das Prisma hat drei oder vier oder noch mehr ebene Seitenflächen und zwei Grundflächen, welche letztere eben so viel Ecken bilden, als Seitenflächen vorhanden sind. Fig. 29 stellt ein Prisma mit 4 Seitenflächen und 2 Grundflächen dar; Fig. 30 ist ein dreiseitiges Prisma, dessen Oberfläche aus zwei gleichen Dreiecken besteht.

Fig. 29.

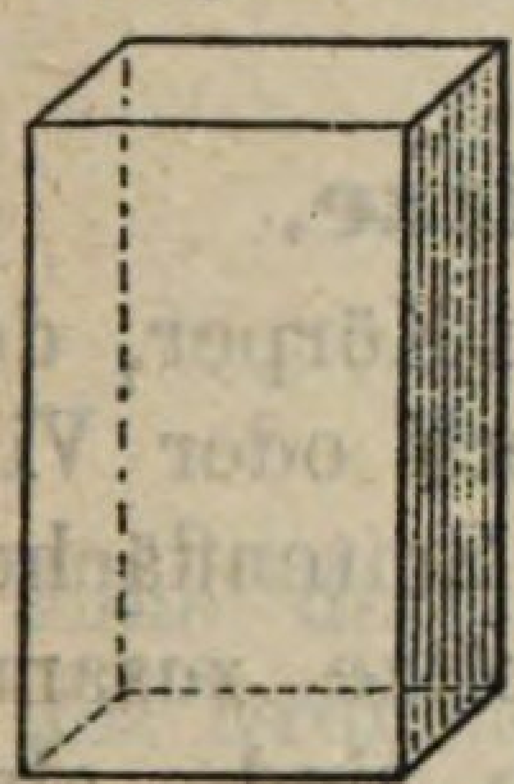
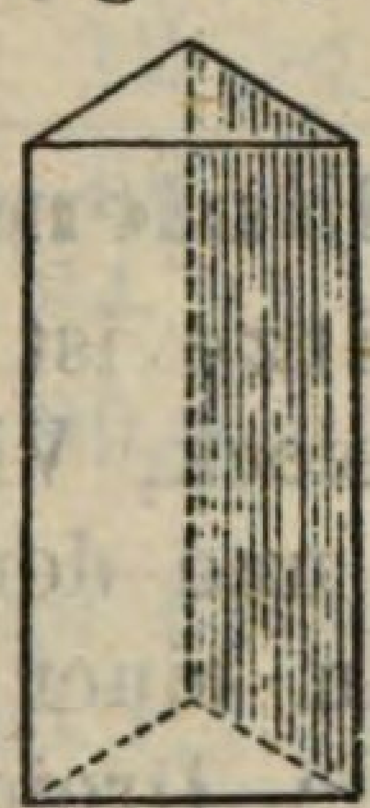


Fig. 30.



Den Rauminhalt eines Prisma findet man, wenn man, sobald man den Quadrat-Jnhalt der Grundfläche kennt, diesen mit der Höhe multiplicirt.

1. Beispiel: Man nehme an, die Grundfläche von dem vierseitigen Prisma Fig. 29 enthalte in der Länge 0,6 *m.* und eben so viel in der Breite; die Höhe betrage 0,9 *m.*; welches ist sein Cubikinhalt?

Berechnung:

$0,6 \times 0,6$

$0,36 \times 0,9$

$0,324$ *cm.* $= 324$ *cdm.*

2. Beispiel: Nehmen wir an, das dreiseitige Prisma Fig. 30 sei 8,4 *dm.* hoch und dessen dreieckige Fläche enthalte 6,5 *dm.* Grundlinie und 4,7 *dm.* Höhe; welches ist der Cubikinhalt desselben?

Berechnung:

$6,5 \times 4,7$

455

260

$30,55 : 2 = 15,275 \times 8,4$

61100

122200

$128,3100$ *cdm.* $= 128$ *cdm.* 310 *ccm.*

Man multiplicirt, wie bei dem Prisma mit 4 Seitenflächen, die Grundlinie mit der Höhe des Dreieckes, nimmt aber, da ein Dreieck nur die Hälfte eines Vierecks bildet, nur den 2. Theil von dem Product und multiplicirt dann den Quotienten mit der Höhe des Prisma.

43) Ein dreiseitiges Prisma hat 6 □*m.* Grundfläche und 4,75 *m.* Höhe; welches ist demnach sein Cubikinhalt?

(Da die Grundfläche nicht erst aus der Grundlinie und Höhe zu berechnen, sondern dieselbe schon angegeben ist, so findet man den Cubikinhalt durch Multiplication der Grundfläche mit der Höhe des Prisma und durch Division des entstandenen Products mit 2.)

44) Ein Schacht von 3,2 *m.* Länge und 3,2 *m.* Breite im Gevierte hat 21 *m.* Tiefe; wie viel Cubikmeter musste ausgegraben werden?

45) Ein fünfseitiger Pfeiler hat 9,45 □*m.* Grundfläche und 5,9 *m.* Höhe; wie viel beträgt sein Cubikinhalt?

Die Pyramide oder Säulenspitze.

Die Pyramide oder Säulenspitze ist ein Körper, dessen Grundfläche, wie die Säule, ein Dreieck, Viereck oder Vieleck bildet, und deren Seitenflächen so viele in einer Spitze zusammentreffende Dreiecke sind, als die Grundfläche Seiten hat. — Fig. 31 stellt eine dreiseitige Pyramide, Fig. 32 eine vierseitige dar.

Fig. 31.

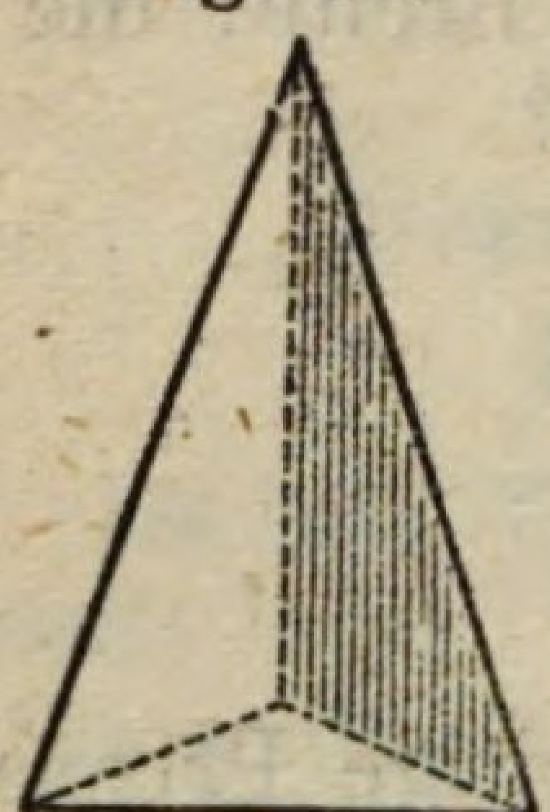
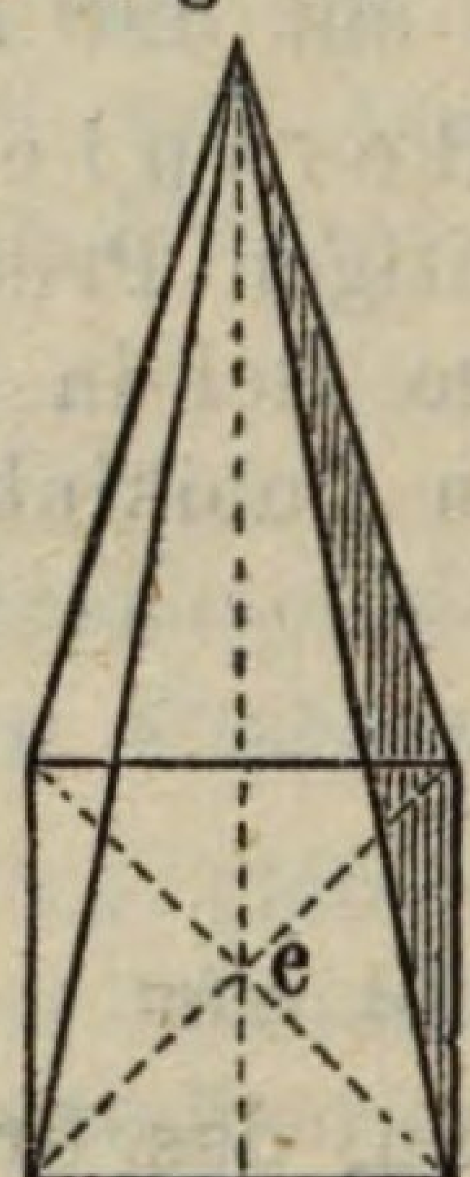


Fig. 32.



Jedes dreiseitige Prisma kann in 3 dreiseitige Pyramiden zerlegt werden, die einander vollständig gleich sind. Die dreiseitige Pyramide ist daher genau der dritte Theil eines dreiseitigen Prisma, mit dem es **gleiche Grundfläche und Höhe hat**, Da aber jedes vielseitige Prisma in dreiseitige zerlegt werden kann (z. B. das vierseitige Prisma gibt 2 dreiseitige) und die Pyramide stets der dritte Theil desselben ist, so **findet man den Rauminhalt einer jeden Pyramide, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt und das Produkt durch 3 dividirt, oder wenn man die Grundfläche mit dem dritten Theil der Höhe multiplicirt.**

1. **Beispiel:** Wie viel beträgt der Cubikinhalt einer dreiseitigen Pyramide, deren Grundfläche 3,75 □*m.*, deren Höhe 4,75 *m.* ist?

Berechnung:

3,75 × 4,75
1875
2625
1500
17,8125 : 3 = 5,9375 : 2 = 2,96875 *cm.*

Verfahren: Man multiplicirt Grundfläche und Höhe mit einander und nimmt von dem Product den dritten Theil und von den gewonnen Quotienten die Hälfte.

Man hätte auch statt mit 3 und 2 sogleich mit 6 dividiren können.

2. Beispiel: Die Grundfläche einer Pyramide bildet ein Rechteck von 4 *m.* Länge und 3 *m.* Breite. Die Höhe der Pyramide beträgt 7,5 *m.*; wie gross ist der cubische Jnhalt?

Berechnung:

4 × 3 = 12 □*m.* Grundfläche.
12 × 7,5
60
84
90,0 : 3 = 30,0 = 30 □*m.*

46) Eine dreiseitige Pyramide ist 6,4 *m.* hoch. Die Grundfläche des Dreiecks ist 1,4 □*m.* und die Höhe 0,7 *m.* Wie viel Cubikmeter enthält die Pyramide?

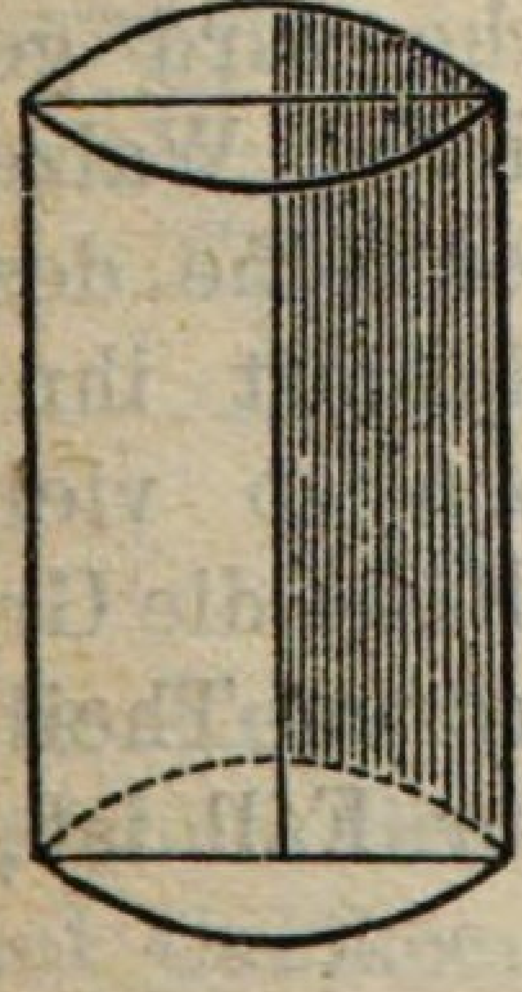
47) Wie gross ist der Cubikinhalt einer Pyramide, deren Grundfläche 10,2 □*m.* und deren Höhe 15,8 *m.* beträgt?

48) Eine Pyramide hat 8,5 □*m.* Grundfläche und 6,5 *m.* Höhe; welches ist ihr Cubikinhalt?

Berechnung eckiger und krummer Körper.

Der Cylinder oder die Walze.

Fig. 33.



Ein Cylinder oder eine Walze ist eine Säule, deren Grundflächen zwei gleiche Kreise sind (Fig. 33). Die Grundfläche findet man, wie schon oben gesagt wurde, wenn man den Halbmesser des Kreises mit sich selbst multiplicirt und hierauf das Product mit 3,14 vervielfältigt. Durch Multiplication der hiedurch gefundenen Grundfläche mit der Höhe des Cylinders ergibt sich dann der Cubikinhalt desselben.

Beispiel: Eine gleich dicke runde Walze hat 6,4 *dm.* Durchmesser und ist 13 *m.* lang; wie viel hat sie Cubikinhalt? (13 *m.* = 130 *dm.*)

Berechnung:

Der Halbdurchmesser beträgt die Hälfte von 6,4 *dm.* = 3,2 *dm.*

```
     3,2 × 3,2
     ─────────
      64
     96
     ─────────
     10,24 × 3,14
   ──────────────
      4096
     1024
    3072
    ─────────
    32,1536 × 130
   ──────────────
     9646080
    321536
   ──────────
   4179,9680 cdm. = 4 cm. 179 cdm. 968 ccm.
```

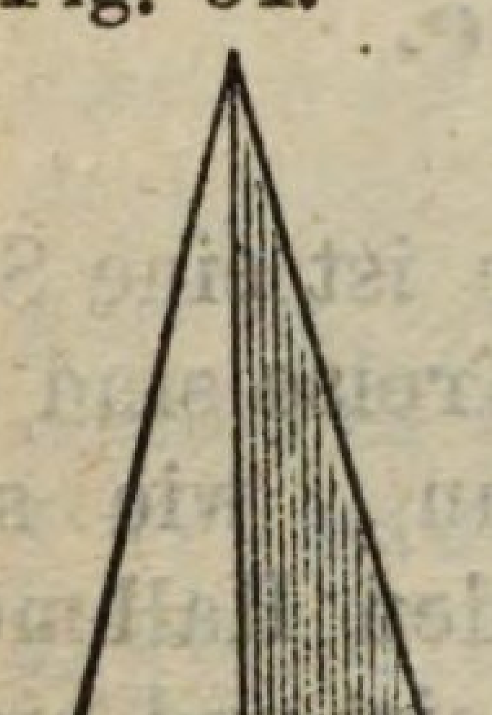
49) Eine runde Säule hat 0,8 *m.* im Durchmesser und ist 4,5 *m.* hoch; wie viel hat sie Cubikinhalt?

50) Eine Walze hat 6,5 *m.* Länge und 0,6 *m.* im Durchmesser; welches ist ihr Cubikinhalt?

51) Ein 10 *m.* tiefer und überall 2,25 *m.* Durchmesser haltender kreisrundgeformter Brunnen soll mit Erde zugeschüttet werden; wie viel cm. gehören dazu?

Der Kegel.

Fig. 34.



Der Kegel ist ein Körper, welcher, wie der Cylinder, als Grundfläche einen Kreis hat, dessen Seitenfläche aber spitz zuläuft (siehe Fig. 34). Die kreisrundgeformte Grundfläche wird gerade so berechnet, wie es schon bei der Walze gezeigt wurde. Nimmt man von der Höhe des Kegels den dritten Theil und multiplicirt ihn mit der Grundfläche, oder, was eben so viel ist, multiplicirt man mit der ganzen Höhe die Grundfläche und nimmt hievon den dritten Theil, so ergibt sich, wie dies auch bei der Pyramide der Fall ist, der Cubikinhalt des Kegels.

Wer sich die Mühe geben will, sich einen hohlen Cylinder und einen hohlen Kegel anzufertigen, die beide gleiche Grundfläche und gleiche Höhe haben, der kann, wenn er den Cylinder mit Wasser oder auch mit Sand gefüllt hat, mit dem im Cylinder enthaltenen Wasser oder Sand den Kegel dreimal füllen. Daraus geht hervor, dass der Kegel nur den dritten Theil des Wassers oder Sandes vom Cylinder aufnimmt und dass daher der Kegel nur den dritten Theil von einem Cylinder ausmacht.

Beispiel: Ein Kegel ist senkrecht 48 *cm.* hoch; der Durchmesser an der Grundfläche ist 7,4 *cm.*; welchen Cubikinhalt hat der Kegel?

Berechnung: Der Halbdurchmesser der Grundfläche beträgt die Hälfte von 7,4 *cm.* = 3,7 *cm.*

```
 3,7 × 3,7
 ---------
  259
 111
 ---------
 13,69 × 3,14
 ------------
  5476
 1369
4107
 ------------
 42,9866 × 48
 ------------
 3438928
1719464
 ------------
2063,3568 : 3 = 687,7856 ccm. = 687 ccm. 785,6 cmm.
18
--
 26
 24
 --
  23
  21
  --
   23
   --
   25
   --
    16
    --
     18
     --
     —
```

52) Ein Kegel ist 30 *cm.* hoch; der Durchmesser des Kreises, welcher die Grundfläche desselben bildet, beträgt 8 *cm.* Wie viel Cubikcentimeter enthält der Kegel?

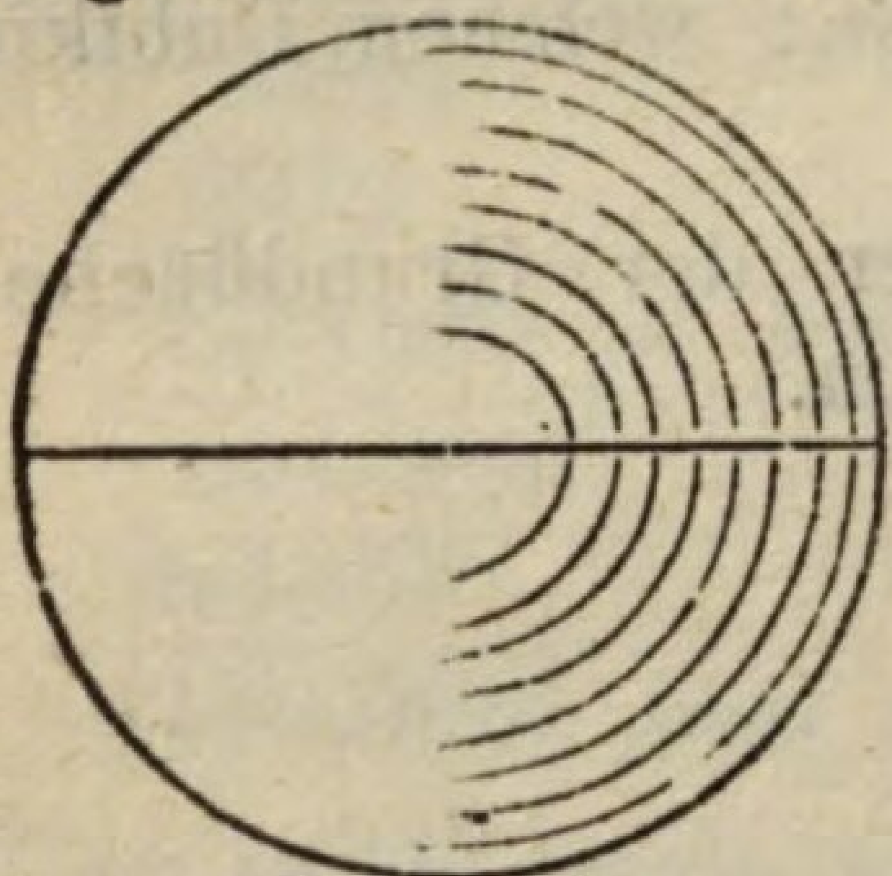
53) Die Grundfläche eines 25 *cm.* hohen Kegels hat 6 *cm.* im Durchmesser; wie gross ist der Cubikinhalt desselben?

54) Eine spitzzulaufende runde Säule hat 11,2 *m.* Grundfläche und 8 *m.* Höhe; wie gross ist ihr cubischer Jnhalt?

Berechnung der krummen Körper.

Die Kugel.

Fig. 35.



Eine Kugel ist ein Körper, der von einer krummen Oberfläche begrenzt wird, welche in allen Punkten von dem Mittelpunkte der Kugel gleich weit entfernt ist.

Hat man den Kreisumfang einer Kugel (ihre Peripherie) und will man aus diesem den Durchmesser kennen lernen, so darf man den Umfang nur durch 3,14 dividiren, weil der Kreisumfang 3,14mal so gross ist, als der Durchmesser.

Kennt man den Durchmesser und will man den Kreisumfang berechnen, so multiplicirt man ihn durch 3,14.

1. Beispiel: Der Kreisumfang einer Kugel beträgt 15 *dm.*; welches ist ihr Durchmesser?

Berechnung:

```
 15  : 3,14 =
 1500 : 314 = 4,777 . . dm. ist der Durchmesser.
 1256
  2440
  2198
   2420
   2198
    2220
    2198
    —220
```

2. Beispiel: Der Durchmesser einer Kugel ist 12 *dm.*; welches ist ihr Kreisumfang?

Berechnung: 3,14 × 12
628
314
37,68 *dm.* ist der Kreisumfang.

55) Welches ist der Durchmesser einer Kugel, deren Umfang 18 *cm.* beträgt?

56) Wenn der Umfang einer Kugel 5 *m.* ist, welches ist ihr Durchmesser?

57) Der Durchmesser einer Kugel ist 10 *cm.*; welches ist ihr Umfang?

Um die grösste Kreisfläche der Kugel zu finden, multiplicirt man den Halbdurchmesser der Kugel mit sich selbst und dann mit 3,14, wie dies schon in der Belehrung über die Berechnung des Kreises gesagt wurde.

Die Oberfläche der Kugel ist das Vierfache der Kreisfläche, daher muss man, wenn man die Oberfläche suchen will, die Kreisfläche mit 4 multipliciren.

Soll aber der Cubikinhalt der Kugel gefunden werden, so multiplicirt man die grösste Kreisfläche mit dem ganzen Durchmesser; was herauskommt, wird dann noch mit 2 multiplicirt und das Product hierauf mit 3 dividirt, oder wenn man die Oberfläche derselben mit dem 3. Theile des Halbmessers multiplicirt?

Beispiel: Welches ist der Cubikinhalt einer Kugel, deren Durchmesser 10 *cm.* beträgt?

Berechnung: Der Durchmesser ist 10, der Halbdurchmesser daher 5 *cm.*

5 × 5 = 25 × 3,14
1570
628
78,50 □*cm.* Kreisfläche.

78,50 × 10 = 785 × 2 = 1570 : 3 = $523\frac{1}{3}$ *ccm.* beträgt der Rauminhalt der Kugel.

58) Der Durchmesser einer Kugel ist 6,25 *cm.*; wie gross ist ihr Rauminhalt?

59) Der Durchmesser einer Kugel beträgt 2,4 *m.*; wie viel beträgt ihr Cubikinhalt?

60) Wie gross ist der cubische Jnhalt einer Kugel, deren Durchmesser 8 *m.* beträgt?

Berechnung der specifischen Schwere der Körper.

Unter der specifischen Schwere eines Körpers verstehen wir das Gewicht, welches einem Körper im Vergleiche mit dem Gewichte der gleichen Menge eines anderen, z. B. des Wassers, zukommt.

Unser neues metrisches Gewicht steht mit den metrischen Massen im innigsten Zusammenhange; denn man hat als Kilogramm nicht etwa eine beliebige Schwere angenommen, sondern dasselbe ist ganz genau das Gewicht eines Liters Wasser bei +4 Grad des hunderttheiligen Thermometers. Wer daher sucht, ein Liter Wasser zu wiegen, der wird finden, dass dasselbe genau 1 Kilogramm oder 2 ℔ wiegt.

Da nun 1 Liter genau 1 *cdm.* oder der 1000. Theil des *cm.* ist und 1 *cm.* genau 1 *m.* in der Länge, Breite und Höhe, so lässt sich in diesen metrischen Massen und Gewichten der schönste harmonische Zusammenhang ersehen.

Weil nun das Gewicht eines Liters oder Cubikdecimeters Wasser ganz genau 1 Kilogramm beträgt, so vergleicht man gewöhnlich das specifische Gewicht der anderen Körper mit dem Gewichte des Wassers.

So verhält sich z. B.

das Gewicht	des	Goldes	zu	dem	des	Wassers,	wie	19,325 : 1.
"	"	" Bleies	"	"	"	"	"	11,352 : 1.
"	"	" Silbers	"	"	"	"	"	10,474 : 1.
"	"	" Kupfers	"	"	"	"	"	8,878 : 1.
"	"	" Eisens	"	"	"	"	"	7,788 : 1.
"	"	" Zinns	"	"	"	"	"	7,291 : 1.

1. Beispiel: Ein Gefäss enthält 12 *HL.* 7 *L.* Wasser; welches ist die Schwere dieses Wassers?

Berechnung:

12 *HL.* 7 *L.* = 1207 *L.* Wasser. Da 1 *L.* Wasser 1 *Kgr.* wiegt, so wiegen die 1207 *L.* Wasser 1207 *Kgr.*

2. Beispiel: Welche specifische Schwere hat ein viereckiger Sandstein, der 8 *dm.* lang, 6 *dm.* breit und 4 *dm.* hoch ist, da sein specifisches Gewicht zu dem des Wassers wie 1,93 zu 1 steht?

Berechnung:

8 × 6 = 48 × 4 = 192 *cdm.* ist der Rauminhalt des Steines.

1 *cdm.* Wasser = 1 *L.* und wiegt 1 *Kgr.*; 192 *cdm.* Wasser sind daher 192 *L.* und wiegen 192 *Kgr.* Da der Sand-

stein 1,93mal so schwer ist, als das Wasser, so wiegt dieser Sandstein

$$
\begin{array}{r}
192 \times 1{,}93\ Kgr. \\
\hline
576 \\
1728 \\
192 \\
\hline
370{,}56\ Kgr.
\end{array}
$$

370,56 *Kgr.* wiegt der Sandstein.

3. Beispiel: Welches ist der Cubikinhalt von einem Block Eisen, der 6230,4 *Kgr.* wiegt, wenn sich dessen specifisches Gewicht zu dem des Wassers wie 7,788 zu 1 verhält?

Berechnung:

$$
\begin{array}{l}
6230{,}4 : 7{,}788 = \\
\hline
6230400 : 7788 = 800\ c^{dm} \\
62304-- \\
\hline

\end{array}
$$

Wären die 6230,4 *Kgr.* Eisen 6230,4 *Kgr.* Wasser, so würde man schliessen: 1 *Kgr.* Wasser = 1 *L.* oder 1 $c^{dm.}$; 6230,4 *Kgr.* Wassers = 6230,4 $c^{dm.}$ Da aber das Eisen 7,788mal so schwer ist, als das Wasser, so beträgt der Cubikinhalt des Eisens auch nur den 7,788. Theil von 6230,4 $c^{dm.}$ etc.

61) Welche specifische Schwere hat ein Barren Gold, der 1 *dm.* lang, 4 *cm.* breit und 3 *cm.* hoch ist, da die specifische Schwere des Goldes zu der des Wassers sich verhält, wie 19,325 : 1?

62) Wenn ein Gefäss 21 *HL.* 25 *L.* Wasser enthält, welches ist dann die Schwere des Wassers?

63) Welches ist der Cubikinhalt von einem Barren Silber, der 2,8 *Kgr.* wiegt, wenn dessen specifisches Gewicht zu dem des Wassers sich verhält, wie 10,474 zu 1?

64) a) Welches ist der Cubikinhalt einer bleiernen Kugel von 4 *cm.* Durchmesser, und b) welche specifische Schwere hat sie, da das specifische Gewicht des Bleies zu dem des Wassers, wie 11,352 zu 1 sich verhält?

---

4) Aufgaben zur Wiederholung der Flächen- und Körperberechnungen.

65) Ein Brett ist 8 *m.* lang und 0,4 *m.* breit; welches ist sein Quadratinhalt?

66) Ein Bauplatz von 36 *m.* Länge und 25 *m.* Breite wird verkauft und zwar à 24 *Fl.* südd. Währ. für das Quadrat; was wurde daraus erlöst?

67) Ein Zimmer hat 5 *m.* 25 *cm.* Länge und 3 *m.* 20 *cm.* Breite; wie viel hält es im Quadrat?

68) Welches ist der □Jnhalt eines Dreiecks, dessen Breite 4 *m.*, dessen Höhe 3 *m.* beträgt?

69) Ein Kreis hat 3,8 *m.* Durchmesser; welches ist dessen Flächeninhalt?

70) Eine dreiseitige Säule hat 8 □*m.* Grundfläche und 6,5 *m.* Höhe; wie viel beträgt ihr Cubikinhalt?

71) Der Durchmesser eines Cylinders ist 4 *cm.*, seine Höhe 8 *cm.*; a) wie gross ist seine Grundfläche, b) wie gross sein Cubikinhalt?

72) Eine Pyramide (Säulenspitze) hat eine Grundfläche von 12 □*m.* und eine Höhe von 16 *m.*; wie gross ist ihr Cubikinhalt?

73) Ein Kegel hat 7 □*m.* Grundfläche und ist 18 *m.* hoch; welches ist sein cubischer Jnhalt?

74) Eine Grube ist 3 *m.* lang, 0,8 *m.* breit und 1,8 *m.* tief; wie viel Cubikinhalt hat sie?

75) Wie viel beträgt der Cubikinhalt eines Kegels, dessen Durchmesser 3 *m.*, dessen Höhe 12 *m.* beträgt?

76) Wie viel beträgt der Cubikinhalt einer dreiseitigen Pyramide, deren Grundfläche 7,5 □*m.*, deren Höhe 8,5 *m.* ist?

77) Jemand pachtet einen Garten, der eine Länge von 80 *m.* und eine Breite von 60 *m.* hat. Was muss er hiefür an jährlichem Pacht zahlen, da für je 10 □*m.* 9 *Kr.* südd. Währung entrichtet werden müssen?

78) Der Durchmesser der Erde ist 1719 Meilen; a) wie viel □Meilen beträgt ihre Oberfläche, b) wie viel Cubikmeilen ihr Rauminhalt?

79) Der Durchmesser des Monds beträgt 469 Meilen; a) wie viel □Meilen beträgt seine Oberfläche, b) wie viel *cm.* sein Cubikinhalt?

80) Welches ist der Cubikinhalt von einem Block Zinn, der 9 *Kgr.* wiegt, wenn sich dessen specifisches Gewicht zu dem des Wassers verhält, wie 7,291 : 1?

B. Quadrat- und Cubikzahlen und ihre Wurzeln.

I. Vom Potenziren oder vom Erheben der Zahlen auf Potenzen als Einleitung.

Die Lösung einer Multiplicationsaufgabe, die aus zwei oder mehreren Factoren bestehen kann, heisst man Product. Wenn die Factoren in der Multiplicationsaufgabe gleich sind, d. h. wenn eine Zahl zwei- oder mehrere Male mit sich selbst multiplicirt wird, so heisst dann das Product eine Potenz; die Zahl aber, welche mit sich selbst multiplicirt wird, nennt man die Wurzel (radix). Benützt man zum Producte nur 2 Factoren, so ist das Product die 2. Potenz; z. B. $3 \times 3 = 9$; 3 ist hier die Wurzel, 9 ist die 2. Potenz, die man die Quadratzahl nennt; benützt man zum Producte 3 Factoren, so ist das Product die 3. Potenz, z. B. $3 \times 3 \times 3 = 27$; 3 ist die Wurzel, 27 ist die dritte Potenz, die man die Cubikzahl nennt.

Da es bei höheren Potenzen sehr unbequem wäre, die Factoren, so oft sie mit einander multiplicirt werden sollen, mit dem Zeichen der Multiplication neben einander hinzuschreiben, so schreibt man den Factor oder die Wurzel nur ein einzigesmal und merkt die Zahl, welche angibt, wie vielmal die Wurzel mit sich selbst multiplicirt werden soll, durch eine kleine rechts oben gesetzte Ziffer an. Wenn nun z. B. die Wurzel 5 4mal mit sich selbst multiplicirt werden soll, so schreibt man statt $5 \times 5 \times 5 \times 5$ bloss 5^4. Die Bezeichnung 8^3 bedeutet 8 im Cubus oder 8 in der 3. Potenz, also so viel, als $8 \times 8 \times 8$. Die Ziffer 8 bedeutet hier die Wurzel, die kleine Ziffer 3 rechts über der Wurzel 8 heisst der Exponent oder Gradenzeiger.

Wenn die Wurzel ein Bruch oder eine gemischte Zahl ist, so wird dieselbe zur Vermeidung von Jrrthum erst eingeklammert und dann wird erst der Exponent rechts oben angemerkt.

Z. B. $^2/_5 \times {}^2/_5 \times {}^2/_5 \times {}^2/_5$ wird angeschrieben: $(^2/_5)^4$; $(5^7/_8)^3$ heisst so viel, als $5^7/_8 \times 5^7/_8 \times 5^7/_8$.

II. Quadratzahlen und ihre Wurzeln.

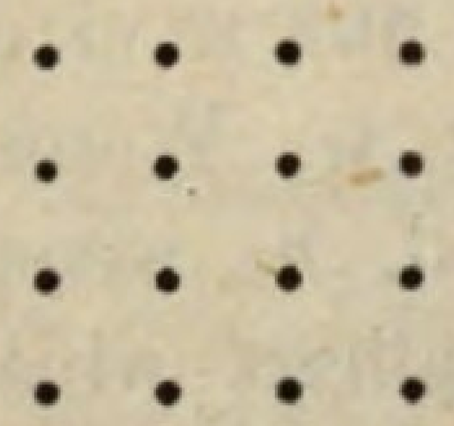
1) Von der Bildung der Quadratzahlen aus ihren Wurzelzahlen.

Die Quadratzahlen heisst man desswegen so, weil die Einheiten des Factors, der mit sich selbst multiplicirt wird, bei gleich weiter Entfernung ein Quadrat bilden, wenn man sie so oft, als der Factor

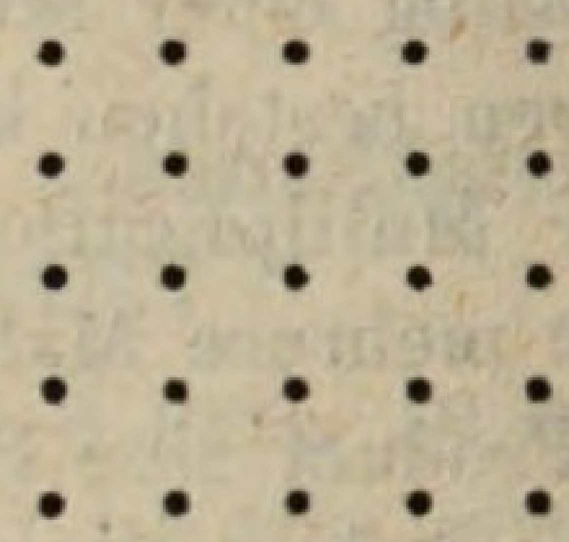
mit sich selbst multiplicirt werden soll, unter einander stellt. Dies lässt sich durch Punkte recht anschaulich machen.

Wir wollen die Quadratzahlen 4^2, d. h. 4×4, und 5^2, d. h. 5×5 nehmen.

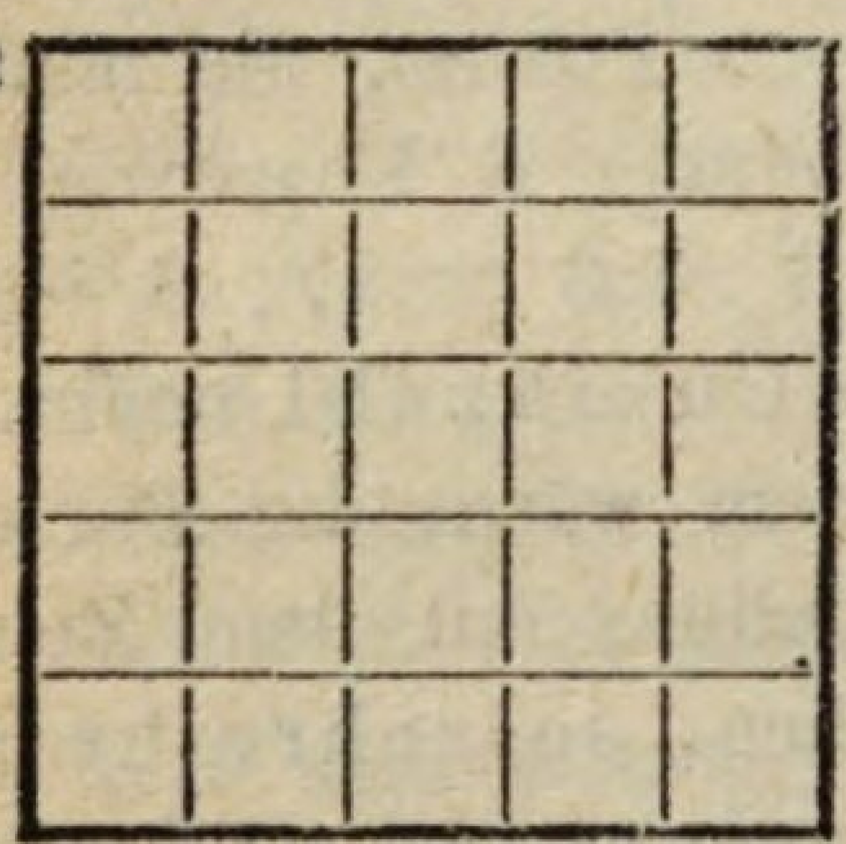
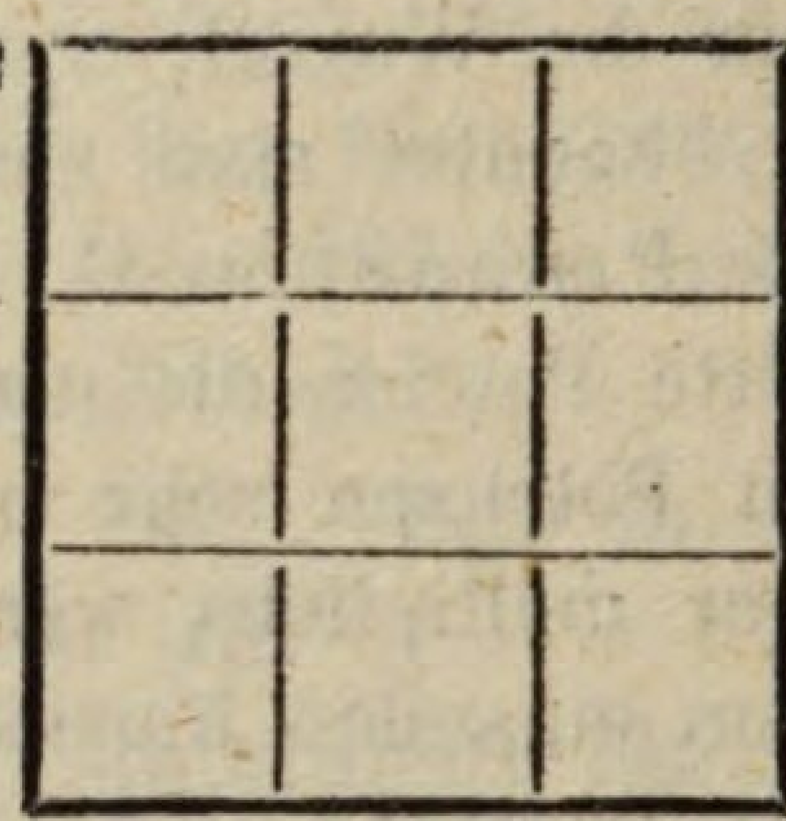
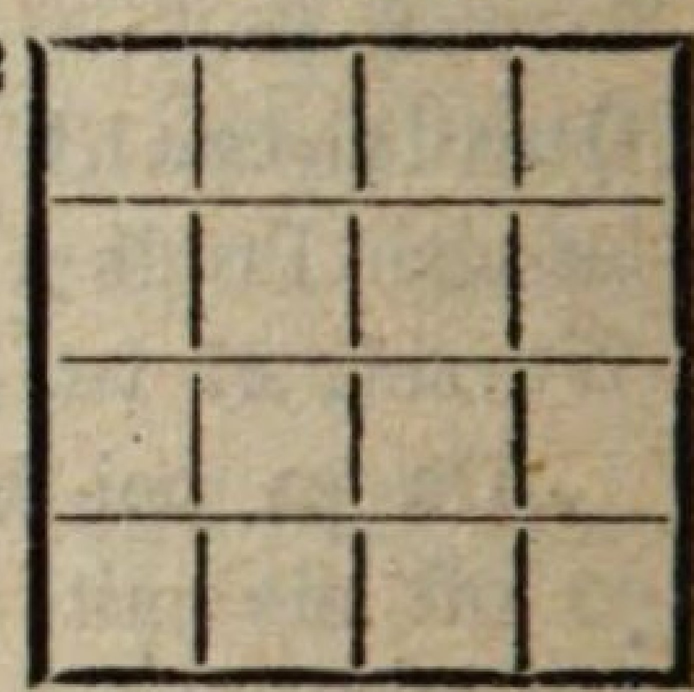
$4 \times 4 = 16$



$5 \times 5 = 25$



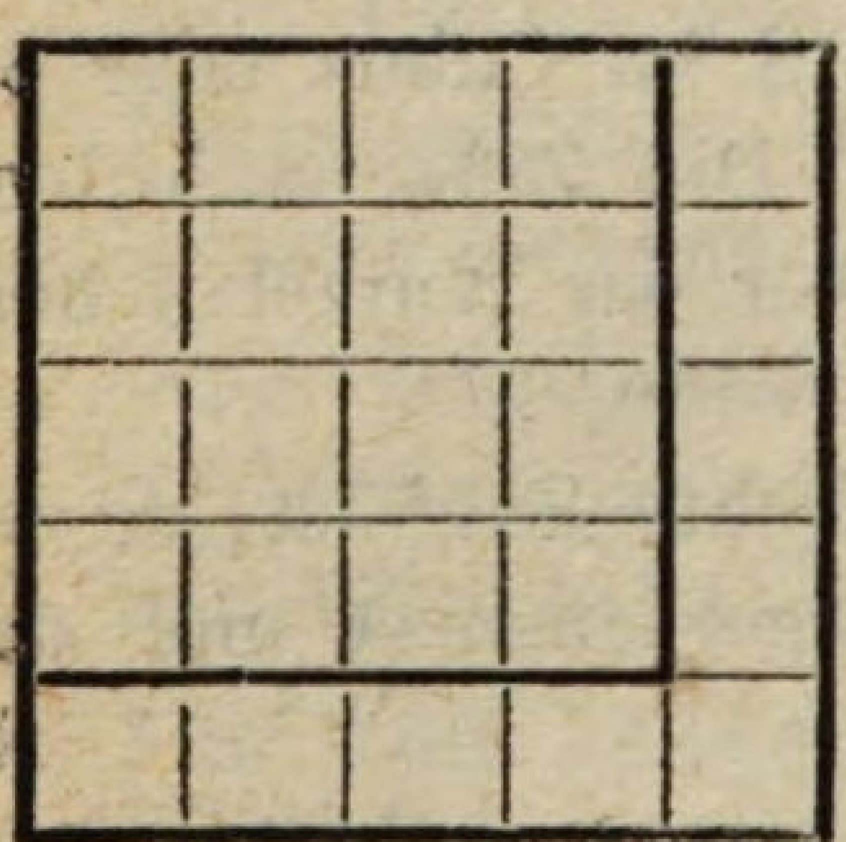
Jede solche Zahl lässt sich auch durch Flächen darstellen, z. B.

5^2  3^2  4^2 

wesshalb man diese Zahlen Quadratzahlen nennt.

Ebenso kann man auch die Bildung der Quadratzahlen der Brüche hierdurch recht in die Augen fallend darstellen.

Z. B. Wie viel ist $(^4/_5)^2$, d. h. $^4/_5 \times {}^4/_5 = {}^{16}/_{25}$?



Da die ganze Zahl hier 5 Theile hat, so hat ihr Quadrat $5 \times 5 = 25$; hievon erhält man aber nach der obigen Aufgabe nur $4 \times 4 = 16$, also $^{16}/_{25}$ vom Ganzen.

Die gemischten Zahlen lassen sich dadurch leicht in ihre Quadratzahlen erheben, wenn man aus denselben unechte Brüche bildet.

Beispiel: Wie viel ist $(2^1/_3)^2$, d. h. $2^1/_3 \times 2^1/_3$; $2^1/_3 = {}^7/_3$, daher $^7/_3 \times {}^7/_3 = {}^{49}/_9 = 5^4/_9$.

Ganz leicht ist es auch, echte und unechte Decimalbrüche in's Quadrat zu erheben.

Beispiel: Wie viel ist $4{,}2^2$, d. h. $4{,}2 \times 4{,}2$?

Man rechne hier 42 Zehntel $\times$ 42 Zehntel. $42 \times 42 =$

1764 Hundertel; denn Zehntel durch Zehntel multiplicirt geben Hundertel, wie wir schon aus der Decimalbruchrechnung wissen. 1764 Hundertel = 17,64.

Diese Aufgabe lässt sich aber durch Zerlegung auch auf andere Weise berechnen. 42 besteht nämlich aus 40 + 2. Jch kann daher auch sagen 40 + 2 × 40 + 2. Um die Aufgabe auf diese Weise zu lösen berechne ich:

1) 40 × 40 = 1600.
2) 2 × 40 = 80
3) 40 × 2 = 80
4) 2 × 2 = 4

$4{,}2^2 = 17{,}64$

Oder: 4 Ganze und 2 Zehntel mal 4 Ganze und 2 Zehntel.

1) 4 × 4 = 16,0
2) 0,2 × 4 = 0,8
3) 4 × 0,2 = 0,8
4) 0,2 × 0,2 = 0,04

$4{,}2^2 = 17{,}64$

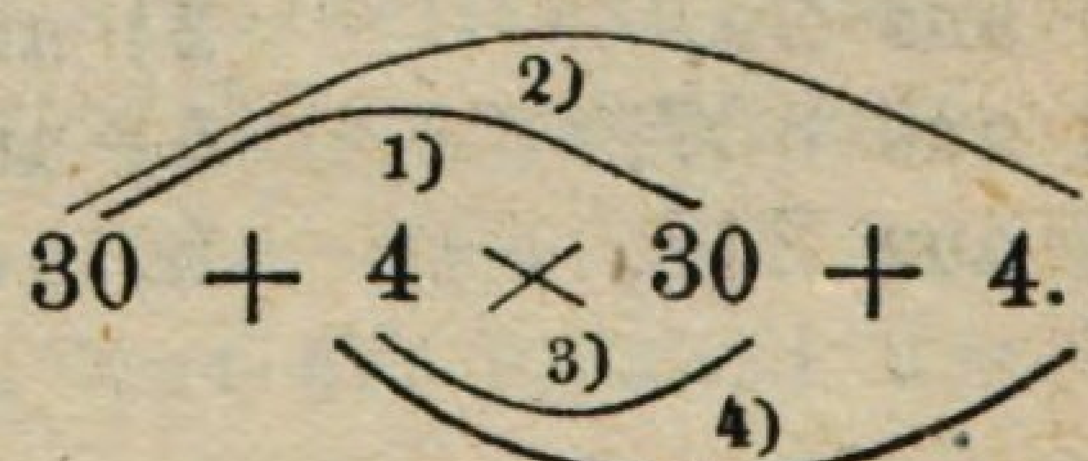
Eben so verfährt man, wenn zwei oder mehrstellige ganze Zahlen in's Quadrat erhoben werden sollen; z. B. Wie viel ist 34^2?

34 × 34 = 1156.

Berechnung durch Zerlegung: 30 + 4 × 30 + 4.

1) 30 × 30 = 900
2) 30 × 4 = 120
3) 4 × 30 = 120
4) 4 × 4 = 16

$34^2 = 1156$



Es besteht sonach die Quadratzahl einer zweitheiligen Wurzel oder Grundzahl 1) aus der Quadratzahl des Zehners, 2) aus dem doppelten Producte des Einers und Zehners, und 3) aus der Quadratzahl des Einers.

Wenn drei- oder mehrstellige Zahlen in's Quadrat erhoben werden sollen, so wird auf ähnliche Weise verfahren; z. B. Welches ist das Quadrat von 463?

Man zerlegt hier 463 in 400 + 60 + 3 und sagt:

400 + 60 + 3 × 400 + 60 + 3.

Ausführung:	a)	400	×	400	=	160000
	b)	60	×	400	=	24000
	c)	3	×	400	=	1200
	d)	400	×	60	=	24000
	e)	60	×	60	=	3600
	f)	3	×	60	=	180
	g)	400	×	3	=	1200
	h)	60	×	3	=	180
	i)	3	×	3	=	9
				463^2	=	214369.

Aus dieser Darlegung ersehen wir, dass die Quadratzahl einer dreistelligen Wurzel 1) aus der Quadratzahl des Hunderters (a), 2) aus der Quadratzahl des Zehners (e), 3) aus der Quadratzahl des Einers (i), 4) aus dem doppelten Producte des Hunderters und Zehners (b) und (d), 5) aus dem doppelten Producte des Hunderters und Einers (c) und (g), und 6) aus dem doppelten Producte des Zehners und Einers (f) und (h) besteht.

Diese Berechnungsweise der Quadratzahlen aus ihren Wurzelzahlen ist desswegen von besonderer Wichtigkeit, weil sich darauf die Regeln für das Verfahren beim Ausziehen der Quadratwurzeln gründen.

Bilde nun aus folgenden Grundzahlen durch Zerlegung die Quadratzahlen!

1) aus 25,	2) aus 36,	3) aus 1968,
4) aus 837,	5) aus 763,	6) aus 978,
7) aus 247,	8) aus 0,96,	9) aus 492.

---

2) Von dem Ausziehen der Quadratwurzel.

Wenn man eine Quadratzahl bilden soll, so muss vorher die Wurzel gegeben sein, um aus dieser die Quadratzahl suchen zu können. Hievon haben wir uns aus dem Bisherigen überzeugt. Soll aber eine Quadratwurzel ausgezogen werden, so muss man vorher die Quadratzahl kennen, aus welcher die Quadratwurzel zu suchen ist. Das Ausziehen der Quadratwurzel ist also ein Rückweg von der Quadratzahl zu ihrer Wurzel.

Wer das Verfahren kennen lernen will, das hiebei in Anwendung zu bringen ist, dem muss wohl vor Allem die Entstehung und Zusammensetzung einer Quadratzahl klar sein. Die Quadratzahlen aus den Quadratwurzeln 1—9 sind von jedem, der das Ein mal Eins im Kopfe hat, auf den ersten Blick zu erkennen.

Zu	der	Quadratwurzel	1	ist	die	Quadratzahl	**1**;	denn	1	×	1	=	1.
„	„	„	2	„	„	„	**4**;	„	2	×	2	=	4.
„	„	„	3	„	„	„	**9**;	„	3	×	3	=	9.
„	„	„	4	„	„	„	**16**;	„	4	×	4	=	16.
„	„	„	5	„	„	„	**25**;	„	5	×	5	=	25.
„	„	„	6	„	„	„	**36**;	„	6	×	6	=	36.
„	„	„	7	„	„	„	**49**;	„	7	×	7	=	49.
„	„	„	8	„	„	„	**64**;	„	8	×	8	=	64.
„	„	„	9	„	„	„	**81**;	„	9	×	9	=	81.

Nun noch weiter:

Zu	d.	Qu.-W.	10	ist	d.	Qu.-Z.	**100**;	denn	10 ×	10	=	100.
„	„	„	99	„	„	„	9801;	„	99 ×	99	=	9801.
„	„	„	100	„	„	„	10000;	„	100 ×	100	=	10000.
„	„	„	999	„	„	„	998001;	„	999 ×	999	=	998001.
„	„	„	1000	„	„	„	1000000;	„	1000 ×	1000	=	1000000.

Man kann sich aus dieser Zusammenstellung durch eigene Anschauung davon überzeugen:

1) dass die Quadratzahlen der einstelligen Grundzahlen eine oder zwei Stellen haben müssen,

2) dass die Quadratzahl der kleinsten zweistelligen Grundzahl (10) drei Stellen, aber die Quadratzahl der grössten zweistelligen Wurzel (99) vier Ziffern (9801) hat,

3) dass die Quadratzahl der kleinsten dreistelligen Zahl (100) fünf Ziffern, die der grössten (999) sechs Ziffern haben muss.

Da sich die Sache aber so verhält, so kann man auch aus der Anzahl der Ziffern einer Quadratzahl auf die Anzahl der Ziffern ihrer Wurzel schliessen; denn

1	oder	2	Ziffern	der	Quadratzahl	erfordern	1	Ziffer	der	Wurzel,
3	„	4	„	„	„	„	2	„	„	„
5	„	6	„	„	„	„	3	„	„	„
7	„	8	„	„	„	„	4	„	„	„

etc. etc.

Man sieht hieraus leicht, dass die Quadratzahlen entweder gerade doppelt so viele Ziffern, oder eine weniger als doppelt so viele haben, wie die Wurzeln, aus denen die Quadratzahlen gebildet worden sind; eben so leicht wird man aber auch aus diesem ersehen, dass zu einer Quadratzahl eine Wurzel gehört, die halb so viele Ziffern hat, wie die Quadratzahl.

Die Wurzel-Einer in einer Quadratzahl nehmen daher die zwei ersten Stellen von rechts nach links gezählt ein; die Wurzelzehner

die dritte und vierte, die Wurzel-Hunderter die fünfte und sechste Stelle u. s. w. Man theilt eben desshalb beim Ausziehen der Quadratwurzel vorher die Quadratzahl von der rechten zur linken Hand hin durch Striche in Klassen von zwei Ziffern ab; die letzte Klasse zur Linken, die höchste kann eben so gut auch nur eine, als zwei Ziffern haben.

Die Bezeichnung für das Ausziehen der Wurzel ist ein kleines ausgezogenes r ($\sqrt{}$) von radix, die Wurzel. $\sqrt{9801}$ heisst, es soll die Wurzel aus dieser Zahl bestimmt werden.

Damit man aus dem Zeichen gleich erkennen kann, ob man die Quadrat- oder die Cubikwurzel verlangt, so macht man über das Zeichen der Quadratwurzel ein 2 ($\sqrt[2]{}$) über das der Cubikwurzel ein 3 ($\sqrt[3]{}$) etc. Jst über dem Zeichen gar kein Exponent genannt, so ist immer die Quadratwurzel darunter zu verstehen.

Soll nun aus einer mehrzifferigen Quadratzahl die Wurzel gezogen werden so hat man vor Allem genau darauf zu achten, wie bei der Bildung einer Quadratzahl aus der Quadratwurzel verfahren wurde.

Dieses Verfahren gibt uns auch den nöthigen Aufschluss über das Verfahren beim Ausziehen der Quadratwurzel.

---

a) Ausziehen der Quadratwurzel aus 3- oder 4stelligen wirklichen Quadratzahlen.

Wirkliche oder vollkommene Quadratzahlen sind solche, aus welchen die Quadratwurzel so gezogen werden kann, dass am Ende kein Rest bleibt.

Wir haben weiter oben S. 133 aus der Quadratwurzel 34 durch Zerlegung die Quadratzahl 1156 gebildet. Wir wollen nun aus dieser Quadratzahl die Wurzel aufsuchen.

Die Wurzel muss nach dem, was weiter oben gesagt wurde, zweizifferig sein. Die zwei ersten Zahlen von rechts nach links (56) bilden die Wurzel-Einer, die zwei letzten zur Linken (11), bilden die Wurzel-Zehner.

Angeschrieben wird der Ansatz:

$\sqrt{11'56}$ = (a) 30 } 34 (k)
(b) 900 — (e) 4 }
(d) $2 \times 30 = 60$ (c) 256
240 (f)
(g) 16
(h) $4 \times 4 =$ (i) 16
=

Erklärung. Um die Quadratwurzel von den 11 Hunderten zu finden, muss man vor Allem die der Zahl 11 am nächsten gelegene Wurzelzahl aufsuchen, diese ist 3, denn $3 \times 3 = 9$ ($4 \times 4 = 16$, dies wäre, wie leicht einzusehen, zu viel). Die

Wurzel für die 11 Hunderter ist sonach 3 Zehner oder 30; denn $30 \times 30 = 900$ (30 ist in der Rechnung mit (a) 900 mit (b) bezeichnet). Ziehen wir diese 900 von der Quadratzahl 1156 ab, so bleibt noch 256 als Rest (siehe c).

Es ist nun noch die Einerzahl der Wurzel zu suchen. Auf S. 133, wo wir von der Bildung der Quadratzahl einer zweistelligen Wurzel sprachen, haben wir gehört, dass 1) nicht bloss die Quadratzahl des Zehners nöthig ist, zu deren Auffindung der Zehner der Wurzel mit sich selbst multiplicirt werden muss, was ja hier (a und b) geschehen ist, indem wir sagten $30 \times 30 = 900$, sondern dass 2) auch das doppelte Product des Einers und Zehners nöthig ist, und dass daher Einer und Zehner mit einander multiplicirt und das Doppelte des Products genommen werden muss. Den Zehner der Quadratwurzel kennen wir in dieser Berechnung bereits; er ist 30 (siehe a). Wir müssen diesen nun doppelt nehmen, $2 \times 30 = 60$ (siehe Berechnung d) und dann sehen, wie oft der doppelt genommene Zehner (60) in dem Reste 256 (siehe c) enthalten ist, um den Einer aufzufinden. Dieser doppelt genommene Zehner (60) ist aber in dem Reste 256 (c) 4 mal enthalten; wir haben also auch 4 Einer (siehe e); denn $4 \times 60 = 240$ (siehe f). Diese 240 werden nun von 256 abgezogen, und es bleibt dann noch als Rest 16 (siehe g.)

Nach S. 133 muss bei der Bildung der Quadratzahl aber auch 3) noch der Einer mit sich selbst multiplicirt und hierdurch die Qudratzahl des Einers gesucht werden. Der Einer, den wir so eben aufgefunden haben, ist **4**; die Quadratzahl hievon ist 4×4 (h) $=$ **16** (i). Natürlich müssen auch wenigstens noch diese 16 in der Quadratzahl hier enthalten sein, wenn die Berechnung richtig sein soll, und dies ist auch der Fall; denn 16 blieb übrig. Wenn man diese $4 \times 4 = 16$ hievon abzieht, so bleibt n i c h t s als Rest. Die Quadratwurzel von 1156 ist demnach $30 + 4 = 34$.

Obige Berechnung etwas kürzer:

```
     √11'56 = 34
        9
      -----
60 |   256
       240
      -----
        16
4²      16
      -----
        =
```

Das Verfahren ist nun kurz folgendes: 1) Man suche die Wurzel von der höchsten Klasse und schreibe sie an die Stelle des Quotienten (3). 2) Man schreibe das Quadrat derselben (9) unter die höchste Klasse der Quadratzahl und ziehe ersteres vom letzteren ab. 3) Zum Reste (2) setze man die nächste Klasse herab; 4) man verdoppele den so eben gefundenen Wurzeltheil ($2 \times 30 = 60$), setze ihn vor den Rest und dividire in denselben; den Quotienten setze man nun im Quadrat unter den Rest und ziehe hierauf wieder ab etc.

Ziehe aus folgenden Quadratzahlen die Quadratwurzeln aus!

10) $\sqrt{576}$	**11**) $\sqrt{9216}$	**12**) $\sqrt{7744}$
13) $\sqrt{3249}$	**14**) $\sqrt{6241}$	**15**) $\sqrt{5329}$
16) $\sqrt{4356}$	**17**) $\sqrt{4096}$	**18**) $\sqrt{1296}$
19) $\sqrt{441}$	**20**) $\sqrt{9025}$	**21**) $\sqrt{4761}$

b) Ausziehen der Quadratwurzel aus grösseren vollkommenen Quadratzahlen.

1. Beispiel. Auf S. 133 und 134 bildeten wir aus der Quadratwurzel 463 die Quadratzahl 214369. Wir wollen nun aus dieser Quadratzahl die Quadratwurzel aufsuchen.

Ansatz: 21'43'69 Die zwei ersten Zahlen von rechts nach links (69) bilden die Wurzel-Einer, die zwei darauf folgenden (43) die Wurzelzehner, die zwei letzten zur Linken (21) die Wurzelhunderter.

Berechnung:	21'43'69 =	a) 400	
	b) 160000	e) 60	463 r)
	c) 54369	m) 3	
d) 2 × 400 = 800	f) 48000		
	g) 6369		
h) 60 × 60 =	i) 3600		
	k) 2769		
l) 2 × 460 = 920	n) 2760		
	o) 9		
p) 3 × 3 = 9	q) 9		
	=		

Erklärung: Zur Auffindung der Quadratwurzel von den 21 Zehntausendern muss man vor Allem die der Zahl 21 am nächsten gelegene Wurzel aufsuchen; diese ist 4, denn 4 × 4 = 16 (5 × 5 = 25 wäre ja zu viel). Die Wurzel für die 21 Zehntausender ist sonach 4 Hunderte oder 400, in der Rechnung mit a) bezeichnet; denn 400 × 400 = 160000 (siehe b). Zieht man diese 160000 von der Quadratzahl 214369 ab, so bleibt noch 54369 als Rest (s. c). Es ist nun die Zehnerzahl der Wurzel zu suchen. und es fragt sich, wie dies anzufangen sei?

Die auf S. 134 vorausgegangene Rechnung, in welcher wir die Quadratzahl aus der Wurzel bildeten, kann uns den Weg, den wir gehen müssen, zeigen. Wir haben aber dort nicht bloss die Quadratzahl der 4 Hunderte gebildet, sondern haben noch gehört, dass 2) auch das doppelte Product der Hunderte und Zehner nöthig ist, und dass daher Zehner und Hunderte mit einander multiplicirt werden müssen, um das Doppelte des Products nehmen zu können. Den Hunderter der Quadratwurzel kennen wir in dieser Berechnung; er ist 400 (siehe a). Wir müssen nun diesen zuerst doppelt nehmen 800 (siehe d) und dann sehen, wie oft der doppelt genommene Hunderter in dem Reste 54369 enthalten ist, um den Zehner aufzufinden.

Diese 800 sind aber in dem Reste 54369 60 mal enthalten; wir haben also auch 60 Zehner (siehe e); denn 60 × 800 = 48000 (siehe f). (Jch muss hier noch aufmerksam machen, dass bei der Bildung der Quadratzahl gesagt wurde, dass dieselbe auch aus dem doppelten Producte des Hunderters und Zehners besteht, und dieses ist

$$\begin{array}{r} 60 \times 400 = 24000 + \\ 400 \times 60 = 24000 \\ \hline 48000, \end{array}$$

also gerade so viel, als wir hier beim Ausziehen der Quadratwurzel berechneten (siehe f dieser Rechnung). Diese 48000 werden nun von 54369 abgezogen und es bleibt dann als Rest 6369 (siehe g).

Nach S. 134 musste bei der Bildung der Quadratzahl aber auch 3) der Zehner mit sich multiplicirt und hierdurch die Quadratzahl des Zehners gesucht werden. Der Zehner, den wir so eben aufgefunden haben, ist 60, die Quadratzahl hievon 60 × 60 (siehe h) = 3600 (siehe i). Zieht man nun diese 3600 von 6369 ab, so bleibt noch ein Rest von 2769 (siehe k).

Es ist jetzt noch die Einerzahl der Wurzel zu suchen. Die Rechnung auf S. 134, in welcher wir die Quadratzahl aus der Wurzel bildeten, zeigt uns wieder den hiezu einzuschlagenden Weg. Wir haben dort nicht bloss die Quadratzahl der Hunderte gebildet, sondern auch noch das doppelte Product des Hunderters und Einers, sowie das doppelte Product des Zehners und Einers genommen. Den Hunderter und Zehner kennen wir bereits; 400 + 60 = 460. Wir müssen nun diese 460 zuerst doppelt nehmen 920 (siehe l), und dann sehen, wie oft die doppelt genommenen Hunderter und Zehner in dem Reste 2769 (siehe k) enthalten sind, um hierdurch den noch unbekannten Einer aufzufinden. Diese 920 sind in dem Reste 2769 dreimal enthalten; wir haben also auch 3 Einer (siehe m); denn 3 × 920 = 2760 (siehe n). (Bei der Bildung der Quadratzahl auf S. 134 haben wir ja gesehen

$$\begin{array}{llcrcr} \text{bei c)} & 3 & \times & 400 & = & 1200 \\ \text{bei g)} & 400 & \times & 3 & = & 1200 \\ \text{bei f)} & 3 & \times & 60 & = & 180 \\ \text{bei h)} & 60 & \times & 3 & = & 180 \\ \hline & & & & & 2760, \end{array}$$

also gerade so viel, als wir hier beim Ausziehen der Quadratwurzel berechneten, (siehe n dieser Rechnung). Die 2760 werden nun von 2769 abgezogen und es bleibt dann als Rest 9 (siehe o).

Nach S. 134 muss bei der Bildung der Quadratzahl auch endlich noch der Einer mit sich multiplicirt werden. Der erst aufgefundene Einer ist 3 (siehe m); die Quadratzahl hievon ist 3 × 3 (siehe p) = 9 (siehe q). Diese 9 müssen natürlich wenigstens noch in der Quadratzahl enthalten sein, wenn die Berechnung richtig sein soll und dies ist hier auch der Fall; denn 9 blieb ja übrig (siehe o). Wenn man nun diese 3 × 3 = 9 hievon abzieht, so bleibt als Rest nichts. Die Quadratwurzel von 214369 ist sonach 463 (siehe r).

Berechnung des obigen Beispiels **auf etwas kürzere Weise:**

$\sqrt{21'43'69} = 463$
16
$8 \mid 543$
48
6369
6^2 36
$920 \mid 2769$
2760
9
3^2 9
=

Das Verfahren ist in kurzen Worten zusammengefasst folgendes: 1) Man suche die Wurzel von der höchsten Klasse und schreibe sie an die Stelle des Quotienten (4). 2) Man schreibe das Quadrat derselben unter die höchste Klasse (16). 3) Man ziehe das Quadrat von der höchsten Klasse ab und schreibe zu dem etwaigen Reste die nächsten Klassen herunter. 4) Man verdoppele den eben gefundenen Wurzeltheil ($2 \times 4 = 8$), setze ihn vor den Rest und dividire mit dem verdoppelten Wurzeltheil in den Rest. 5) Von dem herausgekommenen Quotienten (hier 6) nehme man die Quadratzahl (36) und ziehe dieselbe von dem Reste ab. 6) Man nehme nun das Doppelte des Wurzel-Hunderters und Zehners ($460 \times 2 = 920$) und dividire mit diesen 920 in die 2769. Der Wurzel-Einer ist dann 3; denn $3 \times 920 = 2760$. 7) Man suche nun den Rest. 8) Man suche hierauf die Quadratwurzel von dem Rest; diese ist hier 3 etc.

2. **Beispiel:** Welches ist die Quadratwurzel von 68492176?

Berechnung: $\sqrt{68'49'21'76} = 8276$
64
$2 \times 8 = 16 \mid 449$
320
129
2^2 4
$2 \times 82 = 164 \mid 12521$
1148
1041
7^2 49
$2 \times 827 = 1654 \mid 99276$
99240
36
6^2 36
=

Wenn die vorhergehenden Erklärungen von den Schülern aufgefasst worden sind, so ist hier eine weitere Erklärung wohl nicht nöthig, wesshalb sie zur Ersparung des Raumes unterbleibt.

Das Verfahren kann auch noch mehr abgekürzt werden, wie aus der nachfolgenden abgekürzten Berechnung der obigen Aufgabe zu ersehen ist.

$\sqrt{68'49'21'76} = 8276.$

```
        64
162   | 449
        324
1647  | 12521
        11529
16546 | 99276
        99276
          — —
```

Die Abkürzung besteht darin, dass zu dem doppelten Quotienten der höchsten Klasse (dieser Quotient ist hier 8, doppelt also 16) zugleich der Quotient der darauf folgenden Klasse 2 beigesetzt wird, welches 2 ja hier auf diese Weise auch mit sich selbst multiplicirt wird und ein Quadrat bildet etc.

Jch kann übrigens solchen Abkürzungen durchaus nicht das Wort reden, 1) da bei häufiger Anwendung derselben ein mechanisches Rechnen herbeigeführt wird, welches sich gar leicht wieder vergisst, und 2) da doch hierdurch keine grosse Zeitersparniss erzielt wird.

3. Beispiel. Ziehe aus der Quadratzahl 143641 die Quadratwurzel aus!

Berechnung: $\sqrt{14'36'41} = 379.$

```
        9
6   |  536
        42
       116
7²      49
74  |  6741
        666
         81
9²       81
          —
```

Hier sollte man glauben, da 6 8mal in 536 enthalten ist, dass der Quotient 7 zu gering sei; allein dieser Quotient 7 muss ja auch mit sich selbst multiplicirt werden und gibt dann noch 49, worauf, wenn diese 49 von dem Reste 116 abgezogen werden, 67 als fernerer Rest übrig bleibt. Würde man 60 in 536 8mal nehmen, so würde der Quotient zu gross sein, denn $60 \times 8 = 480$; das Quadrat von 8 giebt hiezu noch 64; $480 + 64 = 544$; 544 kann aber nicht weggenommen werden, wenn nur 536 vorliegen. Hieraus wird ersichtlich sein, dass der Quotient 8 offenbar zu gross wäre.

Es geht aus dieser Darstellung hervor, dass beim Wurzelausziehen, dem gewöhnlichen Dividiren ganz widersprechend, oft ein Rest zum Vorschein kommt, der grösser ist, als der angewendete Divisor. Es sind die Schüler hierauf besonders aufmerksam zu machen.

Ziehe die Quadratwurzel aus folgenden Quadratzahlen aus!

22) $\sqrt{2274064}$ **23)** $\sqrt{369664}$ **24)** $\sqrt{73034116}$ **25)** $\sqrt{700569}$
26) $\sqrt{99856}$ **27)** $\sqrt{1437601}$ **28)** $\sqrt{24137569}$ **29)** $\sqrt{131769}$
30) $\sqrt{226576}$ **31)** $\sqrt{31775769}$ **32)** $\sqrt{57699216}$ **33)** $\sqrt{24850225}$

---

c) Ausziehen der Quadratwurzel aus **unvollkommenen** Quadratzahlen.

Die wenigsten der Quadratzahlen sind vollkommene oder wirkliche, d. h. solche, bei denen am Ende kein Rest bleibt. Wenn nun aber beim Aus-

ziehen der Wurzel ein Rest übrig bleibt, so ist dies eine Anzeige, dass die gegebene Zahl keine reine Quadratzahl ist; solche Quadratzahlen nennt man nun unvollkommene; bei letzteren kann man aber die Wurzel nie vollkommen, sondern nur annäherungsweise, indessen doch so genau finden, als es in der Anwendung nöthig ist. Es sind diese Wurzeln solche Zahlen, die weder durch ganze, noch durch Bruchzahlen vollständig dargestellt werden können.

Das Verfahren, aus solchen unvollständigen Quadratzahlen die Wurzel zu ziehen, ist kein anderes, als das bisher gezeigte; darum bedarf es auch keiner besonderen Erklärung. Das Einzige, was zu merken, ist das, dass man an den letzten Rest nach und nach so viele Paare von Nullen zu hängen hat, als man in der Quadratwurzel Decimalstellen haben will. Für jedes Paar der angehängten Nullen wird dann in der Wurzel eine Decimalstelle abgeschnitten. So viele Paare von Nullen man demnach angehängt hat, so viele Decimalstellen müssen in der Wurzel abgeschnitten werden.

Beispiel: Ziehe aus der Zahl 3 die Wurzel!

Berechnung: $\sqrt{3} = 1{,}73205\ldots$

	1
$2 \times 1 = 2$ |	200
	14
	60
7^2	49
34 |	1100
	102
	80
3^2	9
346 |	7100
	692
	180
2^2	4
3464 |	17600
	00000
34640 |	1760000
	173200
	28000
5^2	25
	27975

Die nächst kleinste Wurzelzahl von der Zahl 3 ist 1; $1 \times 1 = 1$; 1 von 3 bleibt 2 Rest; an diesen Rest werden 2 Nullen gehängt; es werden aus 2 dann 200. Hierauf verfährt man gerade wieder so, wie bei den weiter oben erklärten Exempeln. Die Wurzel aus 3 ist nach dieser Berechnung 1,73205 . . .

Ziehe aus folgenden Zahlen die Wurzel aus!

34) $\sqrt{2}$ . . .	35) $\sqrt{12}$ . . .	36) $\sqrt{4258}$ . . .
37) $\sqrt{74}$ . . .	38) $\sqrt{815}$ . . .	39) $\sqrt{7}$ . . .
40) $\sqrt{1847}$ . . .	41) $\sqrt{280}$ . . .	42) $\sqrt{4122}$ . . .
43) $\sqrt{638}$ . . .		

---

d) Ausziehen der Quadratwurzel aus einem Decimalbruche.

Wenn man aus einem Decimalbruche die Quadratwurzel ausziehen will, so theilt man die Decimalen auch in zweizifferige Klassen, aber nicht wie die Ganzen von rechts nach links, sondern umgekehrt von links nach rechts. Kommt es vor, dass bei dieser Eintheilung die letzte Klasse der Decimalen nur eine Ziffer erhält, welches dann der Fall ist, wenn der Decimalbruch nicht eine gerade Anzahl von Stellen hat, so ersetzt man die fehlende zweite Ziffer dadurch, dass man rechts noch eine Null anhängt. Hat der Decimalbruch keine Ganzen, so können natürlich auch in der Quadratwurzel keine Ganzen vorkommen; es sind daher alle gefundenen Ziffern der Wurzel Decimalen, und zwar gerade so viele, als Paare von Decimalen in dem Decimalbruche vorhanden sind.

Sind im Decimalbruche zugleich auch Ganze, so werden diese Ganzen, wie bei den früheren Berechnungen, von rechts nach links in Klassen eingetheilt.

Das übrige Verfahren unterscheidet sich von dem, das beim Ausziehen der Quadratwurzel aus Ganzen beobachtet wird, gar nicht, wesshalb nicht lange Erklärungen über die berechneten Exempel nöthig sind.

1. Beispiel: Ziehe die Quadratwurzel aus 0,2025!

Ansatz und Berechnung:

$$\sqrt{0{,}20'25} = 0{,}45$$

	16
8 |	425
	40
	25
5^2	25
	—

Die Wurzel aus 0 Ganzen = 0; die Wurzel aus 20 (Hunderten) giebt 4 (Zehntel), das Quadrat von 4 = 16, diese 16 von den 20 abgezogen, bleibt 4 (Hundertel); hiezu die nächste Klasse gibt 425 etc.

2. Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von 3,74809?

Ansatz und Berechnung: $\sqrt{3',74'80'90} = 1,9359\ldots$

$$
\begin{array}{rr}
 & 1 \\
\hline
2\,| & 274 \\
 & 18 \\
\hline
 & 94 \\
9^2 & 81 \\
\hline
38\,| & 1380 \\
 & 114 \\
\hline
 & 240 \\
3^2 & 9 \\
\hline
386\,| & 23190 \\
 & 1930 \\
\hline
 & 3890 \\
5^2 & 25 \\
\hline
3870\,| & 386500 \\
 & 34830 \\
\hline
 & 38200 \\
9^2 & 81 \\
\hline
 & 38119
\end{array}
$$

Ziehe aus folgenden Decimalen die Quadratwurzel aus:

44) $\sqrt{0,000025}$, 45) $\sqrt{0,038416}$, 46) $\sqrt{0,081225}$,
47) $\sqrt{0,000256}$, 48) $\sqrt{17,5}$, 49) $\sqrt{0,00318}$,
50) $\sqrt{23,5}$, 51) $\sqrt{0,123}$, 52) $\sqrt{120583,3195}$,
53) $\sqrt{57,198969}$.

---

c) Ausziehen der Quadratwurzel aus gemeinen Brüchen.

Wenn aus einem gewöhnlichen Bruche die Quadratwurzel ausgezogen werden soll, so fragt es sich, ob sowohl der Zähler, als auch der Nenner ein vollständiges Quadrat ist. Jst dieses der Fall, so zieht man die Wurzel sowohl aus Zähler, als aus Nenner und schreibt auch den Wurzelzähler wieder als Zähler, den Wurzelnenner als Nenner an.

1. Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von $^4/_9$?

Berechnung: $\sqrt{^4/_9} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = {^2/_3}$.

Wenn aber Zähler und Nenner oder einer von beiden nicht vollständige Quadrate sind, so thut man besser, wenn man den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch verwandelt und dann erst das Ausziehen der Quadratwurzel vornimmt.

2. Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von $^3/_7$?

Berechnung: $^3/_7 = 0,428571\ldots$

$$\sqrt{0,'42'85'71} = 0,65465\ldots$$

$$\begin{array}{r|r}
 & 36 \\ \hline
12 & 685 \\
 & 60 \\ \hline
 & 85 \\
5^2 & 25 \\ \hline
130 & 6071 \\
 & 520 \\ \hline
 & 871 \\
4^2 & 16 \\ \hline
1308 & 85500 \\
 & 7848 \\ \hline
 & 7020 \\
6^2 & 36 \\ \hline
13092 & 698400 \\
 & 65460 \\ \hline
 & 44800 \\
5^2 & 25 \\ \hline
 & 44775
\end{array}$$

Soll aus einer gemischten Zahl die Quadratwurzel gezogen werden, so verwandelt man vorher die gemischte Zahl in einen unechten Bruch. Sind Zähler und Nenner desselben vollständige Quadrate, so zieht man aus beiden sogleich die Wurzel, wie es im 3. Beispiele geschehen ist; sind aber Zähler und Nenner, oder einer von beiden keine vollständigen Quadrate, so verwandelt man den gemeinen Bruch vorher in einen Decimalbruch, wie es im 4. Beispiele geschehen ist.

3. Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von $5^1/_{16}$?

Berechnung: $\sqrt{5^1/_{16}} = \sqrt{^{81}/_{16}} = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = {}^9/_4 = 2^1/_4.$

4. **Beispiel**; Welches ist die Quadratwurzel von $10^5/_{11}$?

Berechnung: $\sqrt{10^5/_{11}} = \sqrt{10,'45'45} = 3,2333\ldots$

```
            9
      6 | 145
          12
          25
     2²    4
     64 | 2145
          192
          225
     3²     9
    646 | 21600
          1938
          2220
     3²      9
   6466 | 221100
          19398
          27120
     3²       9
          27111
```

Ziehe die Quadratwurzel aus folgenden Bruchzahlen aus:

54) $^{64}/_{81}$, **55)** $^{25}/_{30}$, **56)** $6^1/_4$, **57)** $^{121}/_{144}$, **58)** $4^4/_9$, **59)** $7^7/_8$, **60)** $^4/_5$, **61)** $^9/_{16}$, **62)** $11^{10697}/_{61504}$, **63)** $^5/_9$, **64)** $^7/_8$, **65)** $2^7/_9$, **66)** $5^2/_3$.

---

f) Ausziehen der Quadratwurzel aus den Factoren eines Products.

Wenn die Factoren vollkommene Quadratzahlen sind, so zieht man die Quadratwurzel, ehe man die Factoren multiplicirt, aus denselben und multiplicirt dann die daraus entstehenden Factoren der Quadratwurzel.

Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von 16×49?

Berechnung: $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{49} = 7$; $4 \times 7 = 28$.

Dass dieses Verfahren kürzer ist, als wenn man erst beide Factoren multiplicirt ($16 \times 49 = 784$) und aus dem dadurch entstehenden Product erst die Wurzel zieht, ist wohl leicht einzusehen.

Welches ist die Quadratwurzel:

67) von 64 × 81? 68) von 36 × 9? 69) von 25 × 100?
70) von 100 × 121? 71) von 25 × 36 × 49 × 64?

---

g) Angewandte Beispiele.

72) Ein Officier stellt die Soldaten seines Commando's, an der Zahl 729 Mann, so auf, dass jedes Glied so viele Mann zählt, als es Glieder sind; wie viele Mann stehen in jedem?

73) Eine Quadratfläche hat 230 □Dekameter (Ketten) 1 □*m.* Jnhalt; wie gross ist die Länge?

74) Wie gross ist die Seite eines Quadrats, welches so gross ist, als 4 Quadrate zusammen, die zu Längen 3 *m.*, 4 *m.*, 12 *m.* und 84 *m.* haben?

75) Ein Geizhals will 5000 Dukaten in Form eines Quadrats legen; wie viel werden in eine Seite kommen, und wie viel werden übrig bleiben?

76) Ein ganz in Quadrat gebauter Saal hat einen Flächeninhalt von 1200,5 □*m.*; wie lang und breit ist derselbe?

77) Man fragt Jemanden nach seinem Alter; er gibt zur Antwort: Wenn man die Zahl meiner Jahre mit sich selbst multiplicirt, so erhält man 1225 Jahre; wie alt war er?

78) Wie gross ist die Seite eines □förmigen Platzes von 4051,3225 □*m.*?

79) Ein viereckiger Garten soll mit 1024 Bäumen bepflanzt werden, so dass jede Baumreihe so viele Bäume erhalte, als es Baumreihen gibt; wie viele Bäume zählt jede Baumreihe?

80) Ein General stellt seine Division, die aus 8649 Mann besteht, in ein volles Quadrat; wie viele Mann kommen in eine Reihe zu stehen?

81) Ein ganz in Quadrat angelegter Teich enthält 1024 □*m.*; wie lang und breit ist er?

82) Ein Quadrat hat zur Grundlinie 9,24 Meter, ein zweites 8,75 Meter. Wie gross ist die Seite eines Quadrats, welches dem Jnhalte der beiden Quadrate zusammen genommen gleich ist?

83) Wie gross ist die Seite eines Quadrats, das $2^1/_4$ □*m.* hält?

84) Ein Quadrat ist auf jeder Seite $15\frac{1}{2}$ *m.* lang; wie lang müsste jede Seite eines andern Quadrats sein, dessen Flächeninhalt gerade nur halb so gross als jenes wäre?

III. Cubikzahlen und ihre Wurzeln.

1) Von der Bildung der Cubikzahlen.

Ein Cubus oder Würfel ist ein Körper von 6 Grenzflächen, die lauter gleiche Quadrate sind; ein Cubus ist daher von gleicher Länge, Breite und Höhe oder Dicke. Jst hiernach ein Cubus 2 Zoll lang, so ist er auch eben so breit und hoch, und daher beträgt der körperliche Jnhalt desselben $2 \times 2 \times 2$. Den cubischen oder körperlichen Jnhalt erhält man sonach, wenn man die Länge, Breite und Höhe oder Dicke mit einander multiplicirt.

Ein jedes Product, das aus drei gleichen Factoren entstanden, ist eine Zahl der dritten Potenz oder eine Cubikzahl, auch wohl bloss Cubus genannt. Wenn daher eine Zahl zur Cubikzahl erhoben werden soll, so muss sie dreimal als Factor gesetzt, daher zweimal mit sich selbst multiplicirt werden, z. B.:

$$4 \times 4 \times 4 \text{ oder } 4^3 = 64.$$
$$\tfrac{2}{3} \times \tfrac{2}{3} \times \tfrac{2}{3} \text{ oder } (\tfrac{2}{3})^3 = \tfrac{8}{27}.$$
$$1\tfrac{1}{2} \times 1\tfrac{1}{2} \times 1\tfrac{1}{2} \text{ oder } (\tfrac{3}{2})^3 = \tfrac{27}{8} = 3\tfrac{3}{8}.$$

Die Grund- oder Wurzelzahlen in den obigen drei Beispielen sind 1) 4, 2) $\frac{2}{3}$ und 3) $1\frac{1}{2}$; die berechneten Cubikzahlen aber sind im 1) 64, im 2) $\frac{8}{27}$, im 3) $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$.

Wie wir bei der Bildung der Quadratzahlen die zwei- oder mehrstelligen Grund- oder Wurzelzahlen zerlegten und dann erst durch Multiplication dieser zerlegten Zahlen die Quadratzahl aufsuchten, um hierdurch den Weg zu finden, der bei dem Ausziehen der Quadratwurzel eingehalten werden muss, so soll auch zur Auffindung des Wegs, den wir beim Ausziehen der Cubikwurzel einschlagen müssen, eine Zerlegung der Grundzahlen vorgenommen werden.

Beispiel: Welches ist die Cubikzahl von der Cubikwurzel $34^3 = 34 \times 34 \times 34 = 39304$.

Berechnung durch Zerlegung:

$$\mathbf{30 + 4 \times 30 + 4 \times 30 + 4.}$$

Ausführung:

$$\begin{array}{lrcrcrcr} a) & 30 & \times & 30 & \times & 30 & = & 27000 \\ b) & 30 & \times & 30 & \times & 4 & = & 3600 \\ c) & 30 & \times & 4 & \times & 4 & = & 480 \\ d) & 4 & \times & 30 & \times & 30 & = & 3600 \\ e) & 4 & \times & 30 & \times & 4 & = & 480 \\ f) & 4 & \times & 4 & \times & 30 & = & 480 \\ g) & 30 & \times & 4 & \times & 30 & = & 3600 \\ h) & 4 & \times & 4 & \times & 4 & = & 64 \end{array}$$

Die Cubikzahl ist hiernach 39304 wie oben.

Hieraus geht hervor, dass der Cubus einer zweitheiligen Zahl ermittelt werden kann:

1) aus der Cubikzahl des ersten Theils, siehe a) 27000,
2) aus der dreifachen Quadratzahl des ersten Theils, multiplicirt durch den zweiten Theil, siehe b) 3600,
„ d) 3600,
„ g) 3600,
3) aus der dreifachen Quadratzahl des zweiten Theils, multiplicirt durch den ersten Theil, siehe c) 480,
„ e) 480,
„ f) 480,
4) aus der Cubikzahl des zweiten Theils, siehe h) 64,

Der Cubus oder die Cubikzahl von 34 ist demnach 39304.

Jede mehrzifferige Wurzel kann als eine zweizifferige dargestellt werden, z. B. $376 = 370 + 6$ und die oben angeführten Theile der Cubikzahl heissen hier: $370^3 + 3 \times 370^2 \times 6 + 3 \times 6^2 \times 370 + 6^3$.

Bilde nun aus folgenden Wurzelzahlen durch Zerlegung die Cubikzahlen:

85) aus 32, **86)** aus 74, **87)** aus 96,
88) aus 343, **89)** aus 106, **90)** aus 23!

---

2) Von dem Ausziehen der Cubikwurzel.

Wir haben bei der Bildung der Cubikzahlen ersehen, dass man eine solche Zahl nur dann auffinden kann, wenn man die Cubikwurzel weiss, weil die Cubikzahl aus der Wurzel durch Multiplication erst gewonnen wird. Umgekehrt kann man eine Cubikwurzel nur dann ausziehen, wenn man die Cubikzahl vorher kennt, aus welcher sie gezogen werden soll. Um nun aus einer gegebenen Cubikzahl ihre Wurzel zu fin-

den, dürfen wir den Weg, den wir beim Bilden der Cubikzahlen einschlugen, nur rückwärts machen.

Um aber das Verfahren kennen zu lernen, das wir beim Ausziehen der Cubikwurzel zu beobachten haben, müssen wir uns zuvörderst die Entstehung der Cubikzahl klar zu machen suchen.

V. d. Cubikw.	1	ist d. Cubikzahl	1;	denn 1 ×	1 ×	1 =	1
" " "	2	" " "	8;	" 2 ×	2 ×	2 =	8
" " "	3	" " "	27;	" 3 ×	3 ×	3 =	27
" " "	4	" " "	64;	" 4 ×	4 ×	4 =	64
" " "	5	" " "	125;	" 5 ×	5 ×	5 =	125
" " "	6	" " "	216;	" 6 ×	6 ×	6 =	216
" " "	7	" " "	343;	" 7 ×	7 ×	7 =	343
" " "	8	" " "	512;	" 8 ×	8 ×	8 =	512
" " "	9	" " "	729;	" 9 ×	9 ×	9 =	729
" " "	10	" " "	1000;	" 10 ×	10 ×	10 =	1000
" " "	99	" " "	970299;	" 99 ×	99 ×	99 =	970299
" " "	100	" " "	1000000;	" 100 ×	100 ×	100 =	1000000
" " "	999	" " "	997002999;	" 999 ×	999 ×	999 =	997002999

(Bemerk. Die Cubikzahlen von den Cubikwurzeln 1—9 sind dem Gedächtnisse recht gut einzuprägen.)

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, dass

1) die kleinste einziffrige Wurzel (1) nur 1 Cubikzahl fordert,
die grösste " " (9) aber 3 Cubikzahlen,
2) die kleinste zweiziffrige " (10) 4 Cubikzahlen hat,
die grösste " " (99) aber sechs Cubikz. hat,
3) die kleinste dreizifferige " (100) sieben Cubikz.,
die grösste " " (999) neun "

Hierauf gründet sich nun die beim Ausziehen der Cubikwurzel erforderliche Eintheilung der Cubikzahl in Classen von 3 Stellen, welche von rechts nach links durch einen Strich abgetheilt werden, wie dies auch bei den Quadratzahlen geschehen ist. Die letzte Classe links, welche die höchste ist, kann auch wohl nur aus 2, ja selbst nur aus einer Stelle bestehen.

Jn der Cubikzahl 78'432 bezeichnet die erste Classe rechts die Einer, die zweite links die Zehner. Die Wurzel der Zehner muss 4 (40) sein; denn 4 × 4 × 4 = 64 (5 × 5 × 5 wäre zu viel, weil dies 125 ist).

Um nun den nöthigen Aufschluss über das Verfahren beim Ausziehen der Cubikwurzel und über die Gründe dieses Verfahrens zu er-

halten, hat man vor Allem auf das Verfahren bei der Bildung einer Cubikzahl aus einer Cubikwurzel sein Augenmerk zu richten.

---

a) Ausziehen der Cubikwurzel aus 4-, 5- und 6stelligen wirklichen Cubikzahlen.

Wirkliche oder vollkommene Cubikzahlen sind solche, aus welchen die Cubikwurzel so gezogen werden kann, dass am Ende kein Rest bleibt.

Weiter oben Seite 148 u. 149 wurde aus der Cubikwurzel 34 durch Zerlegung die Cubikzahl 39304 gebildet. Jetzt soll aus dieser Cubikzahl die Wurzel gezogen werden.

Die Wurzel muss nach dem Vorausgegangenen zweizifferig sein. Die drei ersten Zahlen von rechts nach links (304) bilden die Wurzel-Einer, die zwei letzten zur Linken (39) bilden die Wurzel-Zehner.

Ansatz: $\sqrt[3]{39'304}$.

Berechnung: $\sqrt[3]{39'304}$ = a) 30 }, e) 4 } n) 34.

	b)	27000
d) $3 \times 30^2 = 2700$	c)	12304
	f)	10800
	g)	1504
h) $3 \times 4^2 \times 30 =$	i)	1440
	k)	64
l) 4^3	m)	64
		—

Erklärung: 1) Um die Cubikzahl von den 39 Tausenden zu finden, muss man die der Cubikzahl 39 am nächsten gelegene niedrigere Cubikwurzel aufsuchen; diese ist 3; denn $3 \times 3 \times 3 = 27$ ($4 \times 4 \times 4 = 64$ wäre ja viel zu viel). Die Wurzel für die 39 Tausender ist sonach 3 Zehner oder 30; denn $30 \times 30 \times 30 = 27000$ (30 ist in der Rechnung mit a), 27000 mit b) bezeichnet). Ziehen wir diese 27000 von 39304 ab, so bleibt ein Rest von 12304 (siehe c).

2) Es ist nun noch die Einerzahl der Wurzel zu suchen. Auf S. 149, wo wir von der Bildung der Cubikzahl einer zweistelligen Wurzel sprachen, wurde angedeutet, dass 1) nicht bloss die Cubikzahl des Zehners nöthig ist, die ja schon aufgesucht ist (siehe b), sondern dass 2) auch die dreifache Quadratzahl des Zehners mit dem Einer multiplicirt werden muss. Den Zehner der Cubikwurzel haben wir schon, er ist 3 (30) (siehe a). Wir müssen das Quadrat desselben nun dreifach nehmen und dann sehen, wie oft dieses dreifach genommene Quadrat des Zehners in dem Reste 12304 (siehe c) enthalten ist, um den Einer aufzufinden. Das Quadrat von 30 (30^2) $= 30 \times 30 = 900$ dreifach genommen $3 \times 900 = 2700$ (siehe d); diese 2700 sind im Rest 12304 4mal enthalten (siehe e); denn $4 \times 2700 = 10800$ (siehe f). Zieht man diese 10800 von den 12304 (siehe c) ab, so bleibt ein Rest von 1504 (siehe g).

3) Es wurde aber S. 149 bei der Bildung der Cubikzahl 3) gesagt, dass auch das 3fache Quadrat des Einers mit dem Zehner multiplicirt werden muss. Das Quadrat des Einers 4 ist $4 \times 4 = 16$, dreifach genommen $3 \times 16 = 48$, diese 3×4^2 multiplicirt mit dem Zehner $30 = 48 \times 30$ (siehe h) $= 1440$ (siehe i); diese 1440 von 1504 (siehe g) abgezogen bleibt noch 64 Rest. Bei der Bildung der Cubikzahl S. 149 haben wir gesehen, die dreifache Quadratzahl des Einers (4), multiplicirt mit dem Zehner (30) $= 480 + 480 + 480 = 1440$ (wie hier bei i).

4) Nun ist aber nach S. 149 bei der Bildung der Cubikzahl noch die Cubikzahl des Einers 4 nöthig (4^3 siehe l), $4 \times 4 \times 4 = 64$ (siehe m), diese 64 von dem Reste 64 abgezogen, bleibt als Rest nichts. Sonach ist von der Cubikzahl 39304 die Cubikwurzel 34 (siehe n).

Nun bei Berechnung des obigen Beispiels noch ein kürzeres Verfahren:

	$\sqrt[3]{39'304} = 34$
	27
$3 \times 30^2 = 2700$	12304
	10800
$3 \times 4^2 \times 30 =$	1440
4^3	64
	12304

Dieses Verfahren kann kurz auf folgende Regeln zusammengedrängt werden, die ihre Begründung in der Erklärung des weiter oben angegebenen Verfahrens finden. 1) Von der höchsten Klasse links ziehe man denjenigen Cubus ab, der ihr gleich oder der zunächst kleiner ist, und schreibe die Wurzel davon an die Stelle des Quotienten. Bleibt ein Rest, so setze man ihn gerade unter die höchste Classe.

2) Zu diesem Rest wird nun die nächste Klasse geschrieben; die gefundene Wurzel wird zum Quadrat erhoben und letzteres durch die Zahl 3 multiplicirt; nun wird mit diesem dreifachen Quadrate in den Rest und die nächste Klasse dividirt. Der Quotient ist der zweite Theil der Wurzel; durch diesen wird das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles multiplicirt, und das Product ist ein Theil dessen, das von dem Rest abgezogen wird, weshalb es unter den Rest zu stellen ist.

3) Hierauf wird das dreifache Quadrat des zweiten Wurzeltheiles mit dem ersten Wurzeltheil multiplicirt und das Product unter das durch Regel 2 gewonnene Product gestellt, um ebenfalls von dem Reste mit abgezogen zu werden.

4) Endlich wird noch der Cubus des zweiten Wurzeltheiles darunter gesetzt; die drei gewonnenen Producte werden nun zusammengezählt; die Summe wird darunter geschrieben und hierauf diese von

dem obigen Reste und dem zweiten Wurzeltheile abgezogen. Bleibt kein Rest, wie es in diesem Beispiele der Fall ist, so ist die Cubikzahl eine vollkommene.

Ziehe aus folgenden Cubikzahlen die Cubikwurzel:

91) $\sqrt[3]{42875}$ **92)** $\sqrt[3]{314432}$ **93)** $\sqrt[3]{405224}$

94) $\sqrt[3]{884736}$ **95)** $\sqrt[3]{970299}$ **96)** $\sqrt[3]{74088}$

97) $\sqrt[3]{175616}$ **98)** $\sqrt[3]{438976}$.

---

b) Ausziehen der Cubikwurzel aus grösseren wirklichen Cubikzahlen.

Beispiel: Ziehe aus der Cubikzahl 34645976 die Cubikwurzel!

Berechnung:	$\sqrt[3]{34'645'976}$ =	300 } 320	
	27 000 000	20 }	
$3 \times 300^2 = 270000$ |	7 645 976		
	5 400 000		
	2 245 976		326
$3 \times 20^2 \times 300 =$	360 000		
	1 885 976		
$20^3 =$	8 000		
$3 \times 320^2 = 307200$ |	1 877 976	6	
	1 843 200		
	34 776		
$3 \times 6^2 \times 320 =$	34 560		
	216		
$6^3 =$	216		
	—		

Die Cubikzahl in dem erst berechneten Beispiel enthält 8 Stellen, die Cubikwurzel also 3 Stellen; der erste Theil der Wurzel ist also ein Hunderter. Der höchste oder erste Theil des Cubus ist hiernach in den zwei höchsten Stellen, also in 34000000 enthalten; 34 ist keine vollkommene Cubikzahl; die nächst niedere vollkommene Cubikzahl, von 34 an gerechnet, ist 27; die Cubikwurzel aus 27 = 3, aus 27000000 aber 300; zieht man nun diese 27000000 von 34645976 ab, so bleibt 7645976 als Rest. Nun wird weiter gerade so verfahren, wie bei dem Ausziehen der Cubikwurzel von 39304 auf S. 151 etc. unter Ziffer 2, 3 und 4 angegeben ist.

Auf die nämliche Weise verfährt man, wenn man den zweiten Wurzeltheil vollständig gefunden und berechnet hat und noch ein dritter (wie in diesem Beispiele) oder vierter, fünfter Wurzeltheil zu suchen ist. Man hat die bisher gefundenen Wurzeltheile immer nur als einen zu betrachten, nämlich hier in diesem Beispiele die 2 Wurzeltheile 300 + 20 als 320, und setzt die Rechnung weiter so fort, wie gezeigt wurde, und zwar so lange, bis aus allen Classen die Wurzeltheile gezogen sind.

Berechnung des obigen Beispiels nach abgekürztem Verfahren:

$$\sqrt[3]{34'645'976} = 326$$

	27
3×300^2	7645976
	5400000
$3 \times 20^2 \times 300 =$	360000
$20^3 =$	8000
	5768000
3×320^2	1877976
	1843200
$3 \times 6^2 \times 320 =$	34560
$6^3 =$	216
	1877976

— —

Wie heisst die Cubikwurzel von folgenden Zahlen:

99) von $\sqrt[3]{40353607}$ **100**) von $\sqrt[3]{2460375}$

101) von $\sqrt[3]{997002999}$ **102**) von $\sqrt[3]{2863288}$

103) von $\sqrt[3]{14886936}$ **104**) von $\sqrt[3]{242970624}$

105) von $\sqrt[3]{2498846293}$ **106**) von $\sqrt[3]{577385261783}$

107) von $\sqrt[3]{127719486656}$ **108**) von $\sqrt[3]{128100283921}$?

---

c) Ausziehen der Cubikwurzel aus **unvollkommenen** Cubikzahlen.

Bei den unvollkommenen Cubikzahlen kann man ebenso wenig, als bei den unvollkommenen Quadratzahlen, die Wurzel vollkommen, sondern nur annäherungsweise finden, übrigens doch so genau, als es in der Anwendung erforderlich ist. (Man nennt solche Wurzeln Jrrational-Zahlen.)

Das Verfahren weicht von dem bisher gezeigten durchaus nicht ab. Will man in der Cubikwurzel, um sie genauer zu bezeichnen, auch Decimalstellen haben, so muss man an den Rest so oft drei Nullen anhängen, als man in der Cubikwurzel Decimalstellen haben will, es wird demnach in der Wurzel für die jedesmal angehängten 3 Nullen eine Decimalstelle abgeschnitten.

Beispiel: Ziehe aus der Zahl 23456 die Cubikwurzel aus!

Berechnung: $\sqrt[3]{23'456} = \left.\begin{matrix}20\\8\end{matrix}\right\} 28{,}625\ldots$

	8000
$3 \times 20^2 = 1200$ |	15456
	9600
	5856
$3 \times 8^2 \times 20 =$	3840
	2016
$8^3 =$	512
$3 \times 280^2 = 235200$ |	1504000
	1411200
	92800
$3 \times 6^2 \times 280 =$	30240
	62560
$6^3 =$	216
$3 \times 2860^2 = 24538800$ |	62344000
	49077600
	13266400
$3 \times 2^2 \times 2860 =$	34320
	13232080
$2^3 =$	8
$3 \times 28620^2 = 2457313200$ |	13232072000
	12286566000
	945506000
$3 \times 5^2 \times 28620 =$	2146500
	943359500
$5^3 =$	125
	943359375

Will man die Cubikwurzel einer unvollkommenen Cubikzahl auf 1, 2, 3, oder noch mehr Stellen fortsetzen, so muss man derselben im ersten Falle 3, im zweiten 6, im dritten 9 Nullen etc. anhängen. Damit sich die Zahlensumme aber nicht zu sehr anhäuft, so hängt man, wie oben gesagt, an den Rest jedesmal nur 3 Stellen, und schneidet dafür eine Decimalstelle in der Wurzel ab. Da aber bei der Berechnung auch die Decimalen in der Wurzel wie Ganze behandelt werden, so liest man hier, nachdem die 28 Ganzen, welche in der Wurzel vorkommen, gefunden sind, und die Summa der Zehntel in der Wurzel aufgesucht werden soll, nicht 28, sondern 280, wozu denn nun die Zehntel als Einer kommen; daher heisst es in obiger Rechnnng, nachdem an den Rest 1504 die 3 ersten Nullen angehängt sind, nicht 3×28^2 in 1504000, sondern 3×280^2 etc.

Berechnung dieses Beispiels nach abgekürztem Verfahren:

$$\sqrt[3]{23'456} = 28,625\ldots$$

$$\begin{array}{rr}
 & 8 \\
3 \times 20^2 \mid & 15456 \\
 & 9600 \\
3 \times 8^2 \times 20 = & 3840 \\
8^3 = & 512 \\
 & 13952 \\
3 \times 280^2 \mid & 1504000 \\
 & 1411200 \\
3 \times 6^2 \times 280 = & 30240 \\
6^3 = & 216 \\
 & 1441656 \\
3 \times 2860^2 \mid & 62344000 \\
 & 49077600 \\
3 \times 2^2 \times 2860 = & 34320 \\
2^3 = & 8 \\
 & 49111928 \\
3 \times 28620^2 \mid & 13232072000 \\
 & 12286566000 \\
3 \times 5^2 \times 28620 = & 2146500 \\
5^3 = & 125 \\
 & 12288712625 \\
 & 943359375
\end{array}$$

Wie heisst die Cubikwurzel von folgenden unvollkommenen Cubikzahlen?

109) von 267 **110)** von 134 **111)** von 99
112) von 880 **113)** von 6 **114)** von 317
115) von 8912.

---

d) Ausziehen der Cubikwurzel aus Decimalbrüchen.

Auch die Cubikzahl in einem Decimalbruche theilt man in dreizifferige Klassen, aber, wie bei dem Ausziehen der Quadratwurzel, nicht von rechts nach links, sondern umgekehrt von links nach rechts.

Sollte bei dieser Abtheilung auf die letzte Klasse nur eine oder zwei Ziffern kommen, so muss man 1 oder 2 Nullen anhängen, damit auch diese Klasse ihre drei Ziffern erhält.

Wenn der Decimalbruch, aus dem die Wurzel ausgezogen wird, keine Ganzen hat, so kann natürlich auch in der Cubikwurzel kein Ganzes vorkommen.

Sind im Decimalbruche aber zugleich auch Ganze, so werden diese Ganzen, wie in den vorhergehenden Rechnungen, von rechts nach links in Klassen abgetheilt.

Da sich das Verfahren von dem in den obigen Beispielen gezeigten gar nicht unterscheidet, so wird es nicht nöthig sein, den unten berechneten Exempeln Erklärungen beizufügen.

1. Beispiel: Ziehe aus dem Decimalbruch 0,274625 die Cubikwurzel!

Berechnung: $\sqrt[3]{0,'274'625} = \left.\begin{matrix}0,60\\ 5\end{matrix}\right\} 0,65$

$$
\begin{array}{lr}
 & 216 \\
\hline
3 \times 60^2 = 10800 \mid & 58625 \\
 & 54000 \\
\hline
 & 4625 \\
3 \times 5^2 \times 60 = & 4500 \\
\hline
 & 125 \\
5^3 = & 125 \\
\hline
 & —
\end{array}
$$

Abgekürztes Verfahren:

$$
\begin{array}{lr}
 & \sqrt[3]{0,'274'625} = 0,65 \\
 & 216 \\
\hline
3 \times 60^2 \mid & 58625 \\
\hline
 & 54000 \\
3 \times 5^2 \times 60 = & 4500 \\
5^3 = & 125 \\
\hline
 & 58625 \\
\hline
 & — —
\end{array}
$$

2. Beispiel: Ziehe aus dem unechten Decimalbruch 6,4 die Cubikwurzel!

Berechnung: $\sqrt[3]{6,'400} = 1 \atop 0,85\ .\ .\ \Big\}1,85\ .\ .\ .$

```
              6,'400
              1
3 × 10² = 300 | 5400
                2400
                3000
3 × 8² × 10 =   1920
                1080
     8³ =        512
3 × 180² = 97200 | 568000
                   486000
                    82000
3 × 5² × 180 =      13500
                    68500
     5³ =             125
                    68375
                  etc. etc.
```

Abgekürztes Verfahren:

$\sqrt[3]{6,'400} = 1,85\ .\ .\ .$

```
                1
3 × 10² = |     5400
                2400
3 × 8² × 10 =   1920
     8³ =        512
                4832
3 × 180² |      568000
                486000
3 × 5² × 180 =   13500
     5³ =          125
                499625
                 68375
               etc. etc.
```

Wie heisst die Cubikwurzel von folgenden Decimalbrüchen:

116) von 0,551368? **117)** von 611,960049?
118) von 3,45? **119)** von 0,003148?
120) von 0,2584? **121)** von 0,000000004096?

122) von 0,000064481201? 123) von 0,05
124) von 102,875? 125) von 0,082312875?

---

e) Ausziehen der Cubikwurzel aus gemeinen Brüchen.

Bei diesen Brüchen hat man vor Allem zu sehen, ob sowohl der Nenner, als der Zähler ein vollständiger Cubus ist. Jn diesem Falle zieht man sowohl aus dem Zähler, als aus dem Nenner die Cubikwurzel und schreibt den Wurzelzähler wieder als Zähler, den Wurzelnenner wieder als Nenner an.

1. Beispiel: Welches ist die Cubikwurzel von $^8/_{27}$?

Berechnung: $\sqrt[3]{^8/_{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = {^2/_3}.$

Sind aber Zähler und Nenner nicht vollständige Cubikzahlen, so verwandelt man den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch und zieht dann erst die Cubikwurzel aus.

2. Beispiel: Welches ist die Cubikwurzel von $^3/_4$?

Berechnung: $^3/_4 = 0{,}75.$

$$\sqrt[3]{0{,}750} = 0{,}908\ ..$$

	729
$3 \times 90^2 = 24300$ |	21000
	00000
$3 \times 900^2 = 2430000$ |	21000000
	19440000
	1560000
$3 \times 8^2 \times 900 =$	172800
	1387200
$8^3 =$	512
	1386688

u. s. w

Kürzeres Verfahren:

$$\begin{array}{lr}
 & \sqrt[3]{0{,}'750} = 0{,}908\ldots \\
 & 729 \\
\hline
3 \times 90^2 \mid & 21000 \\
 & 0 \\
\hline
3 \times 900^2 \mid & 21000000 \\
\hline
 & 19440000 \\
3 \times 8^2 \times 900 = & 172800 \\
8^3 = & 512 \\
\hline
 & 19613312 \\
\hline
 & 1386688 \text{ etc. etc.}
\end{array}$$

Wenn man aus einer gemischten Zahl die Cubikwurzel ausziehen will, so muss vorher die gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandelt werden. Trifft es sich gerade, dass dann Zähler und Nenner desselben vollkommene Cubikzahlen sind, so wird aus beiden sogleich die Wurzel ausgezogen, wie dies schon im 1. Beispiel hier geschehen ist; wenn aber Zähler und Nenner oder einer von beiden keine vollständigen Cubikzahlen sind, so verwandelt man dann den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch, wie wir dies schon im 2. Beispiele gezeigt haben.

3. Beispiel: Welches ist die Cubikwurzel von $5^{23}/_{64}$?

Berechnung: $\sqrt[3]{5^{23}/_{64}} = \sqrt[3]{^{343}/_{64}} = \dfrac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{64}} = {}^{7}/_{4} = 1^{3}/_{4} = 1{,}75.$

4. Beispiel: Welches ist die Cubikwurzel von $4^{3}/_{8}$?

Berechnung: $4\,^3/_8 = {}^{35}/_8 = 4{,}375.$

$\sqrt[3]{4,'375} = 1{,}63\ \ldots$

```
                        1
3 × 10² = 300      | 3,375
                     1800
                     1575
3 × 6² × 10 =        1080
                      495
         6³ =         216
3 × 160² = 76800   | 279000
                    230400
                     48600
3 × 3² × 160 =        4320
                     44280
         3³ =           27
                     44253 etc.
```

Abgekürztes Verfahren:

$\sqrt[3]{4'375'000} = 1{,}63\ldots$

```
                  1
3 × 10²      |  3375
                1800
3×6²×10 =       1080
     6³ =        216
                3096
3 × 160²     | 279000
               230400
3×3²×160 =       4320
     3³ =          27
               234747
                44253 etc.
```

Ziehe die Cubikwurzel aus folgenden Bruch- und gemischten Zahlen aus:

126) aus $^{64}/_{125}$! **127**) aus $^{216}/_{512}$! **128**) aus $^{7}/_{9}$!
129) aus $^{3}/_{4}$! **130**) aus $3\,^{3}/_{5}$! **131**) aus $^{8}/_{27}$!
132) aus $18\,^{2}/_{3}$! **133**) aus $5\,^{8}/_{9}$! **134**) aus $^{5}/_{7}$!
135) aus $^{343}/_{512}$! **136**) aus $^{5}/_{6}$! **137**) aus $15\,^{2}/_{3}$!

---

f) Ausziehen der Cubikwurzel aus den Factoren eines Products.

Sind die Factoren vollkommene Cubikzahlen, so zieht man die Cubikwurzel, ehe man sie multiplirt, aus denselben und multiplicirt dann erst die daraus entstehenden Factoren der Cubikwurzel.

Beispiel: Welches ist die Cubikwurzel von 216×343?

Berechnung: $\sqrt[3]{216 \times 343} = 6 \times 7 = 42.$

Welches ist die Cubikwurzel:

138) von 8×64? **139**) von 125×512?
140) von 729×64? **141**) von 27×1000?
142) von 512×64? **143**) von $216 \times 0{,}216$?

---

g) Angewandte Beispiele:

144) Ein cubischer Stein hat 39,304 $c^{dm.}$ Cubikinhalt. Wie hoch ist er?

145) Ein Cubus (Würfel) hat einen Rauminhalt von 405,224 $c^{dm.}$ wie gross ist eine Kante oder Seitenlinie desselben?

146) Ein Magazin soll 8000 Ctr. Heu fassen; wenn nun dasselbe die Form eines Würfels bekommen soll, wie gross muss eine Seite desselben werden, da man rechnen darf, dass der Ctr. gepacktes Heu 32 Cubikfuss enthalten soll? (Der körperliche Jnhalt dieses Magazins beträgt 32 $\times$ 8000 Cubikfuss; wie viel Fuss ist es nun lang?)

147) Man fragt Jemanden nach seinem Alter; er gibt zur Antwort: Wenn man die Anzahl meiner Jahre mit sich selbst und die dadurch entstehende Zahl abermals mit der Zahl meiner Jahre multiplicirt, so erhält man die Zahl 54872. Wie alt ist er?

148) Eine grosse Grube hat eine Länge von 8 *m.* 7 *dm.*, eine Breite von 6 *m.* 9 *dm.* und eine Höhe von 5 *m.* 3 *dm.* Wie gross ist ein cubischer Behälter, der mit jenem gleichen Jnhalt hat?

149) Bei Erbauung eines grossen Hauses wurde ein Keller gegraben, dessen Länge gleich seiner Breite und Tiefe war; man hatte dabei 5832 Cubikmeter Erde abzuführen; wie lang war der Keller?

150) Wenn man 12167 gleiche würfelförmige Steine so in einen viereckigen Haufen legen würde, dass in der Länge, Breite und Höhe gleich viele Stücke sind; wie viel kommen in eine Reihe?

Anhang.

Die gewöhnlichsten Münzen, Masse und Gewichte, nebst Angabe, wie viel Theile einer niedreren Sorte auf eine höhere gehen.

1. *Münzen.*

a) Goldmünzen.

Bemerkung. Der Silberwerth der Goldmünzen wird bis jetzt in Deutschland lediglich durch das Verhältniss des Angebots zur Nachfrage bestimmt; die Goldmünzen haben daher keinen festen Silberwerth.

1 Goldkrone (Gldkr.) = 16 fl. bis 16 fl. 20 kr. südd. Währung.
1 halbe Goldkrone = 8 fl. bis 8 fl. 10 kr. südd. Währ.
1 Karolin = ca. 11 fl. südd. Währ.
1 preuss. Friedrichsd'or (Frd'r.) = ca. 9 fl. 55 kr. bis 10 fl. südd. Währ.
1 Pistole = ca. 9 fl. 48 kr. südd. Währ.
1 Maxd'or = ca. 7 fl. 20 kr. südd. Währ.
1 holländisches Zehnguldenstück = 9 fl. 54 kr. bis 9 fl. 57 kr. südd. Währ.
1 badisches, darmstädtisches, würtembergisches Zehnguldenstück = 9 fl. 55 kr. bis 10 fl. südd. Währ.
1 Ducaten = 5 fl. 30 kr. bis 5 fl. 36 kr. südd. Währ.
1 Zwanzig-Franks-Stück (Napoleonsd'or) = 9 fl. 20 bis 27 kr. südd. Währ.
1 englischer Souvereigns (£v. St. oder Pfund à 20 Schilling à 12 ₰) = 11 fl. 42 kr. bis 12 fl. südd. Währ. ca.
1 nordamerikanischer Dollar = ca. 2 fl. 24 kr. bis 2 fl. 30 kr. südd. Währ.

b) Silbermünzen.

1 doppelter Vereinsthaler = 3 fl. 30 kr. südd., oder 60 Sgr. oder 3 fl. österr. Währ.

1 einfacher Vereinsthaler (preuss. Thlr., sächs. Thlr.) = 1 fl. 45 kr. südd. Währ. oder 30 Silbergroschen (Sgr.) oder 1 fl. 50 Nkr. österr. Währ.

1 Gulden österr. Währ. à 100 Neukreuzer (Nkr.) = 1 fl. 10 kr. südd. Währ. oder 20 Sgr. oder Ngr.

1 Gulden südd. Währ. à 60 kr. südd. = $^{4}/_{7}$ Thlr. oder $17^{1}/_{7}$ Sgr. oder $^{6}/_{7}$ fl. österr. Währ.

1 Kronenthaler (Krthlr.) = 2 fl. 42 kr. südd.

1 Conventions-Thaler = 2 fl. 24 kr. südd. Währ.

1 Frank = 28 kr. südd. Währ. oder 8 Sgr. preuss. oder 40 Nkr. österr. Währ.

1 Fünf-Franksstück = 2 fl. 20 kr. südd. Währ. oder 1 Thlr. 10 Sgr. preuss. oder = 2 fl. österr. Währ.

1 Mark Banko (eine Rechnungsmünze für den Grosshandel in Hamburg) à 16 Schilling à 12 ₰ = $52^{1}/_{2}$—53 kr. südd. Währ. oder $^{1}/_{2}$ Thlr. preussisch.

1 Mark Courant (Ct.) à 16 Schilling à 12 ₰ = ca. 43 kr. südd. Währ.

1 Louisd'orthaler oder $^{1}/_{5}$ Louisd'or in Bremen à 72 Grot à 5 Schwaren = 1 fl. 55 kr. südd. ca.

1 Silberrubel in Russland à 100 Kopeken = 1 fl. 50 kr. südd. Währ. ca.

1 Dollar = 2 fl. 24 bis 30 kr. südd. Währ.

---

2) Masse.

a) Längenmasse.

1 Kilometer (*Km.*) = 100 *Dm.* (Ketten) à 10 *m.* (Stab) à 10 *dm.* à 10 *cm.* (Neuzoll) à 10 *mm.* (Strich).

1 *Meter* oder Stab = ca. 1,2 bayer. Ellen.
7 *m.* (Stab) = ca. 24 bayer. Fuss.

1 geographische sowie bayerische Meile = $7419^{1}/_{2}$ *Meter*. 1 neue Meile (für den norddeutschen Bund) = 7500 *Meter*.

---

b) Flächenmasse.

1 *Hektar* à 100 *Ar* à 100 □*m.* (□Stab) à 100 □*dm.* à 100 □*cm.* à 100 □*mm.*

47 □Fuss = 4 □Meter ca.

1 bayer. Tagwerk à 100 Decimalen = 34 Are 7 □*m.* oder 3407 □*m.*

---

c) Körpermasse.

1 Cubikmeter (*cm.* cStab) = 1000 *cdm.* à 1000 *ccm.* à 1000 *cmm.*

1 Cubikmeter = $40\frac{1}{4}$ Cubikfuss ca.

---

d) Hohlmasse.

1 Hektoliter (*HL.* Fass) = 100 Liter (Kannen) à 10 *dL.* à 10 *cL.* à 10 *mL.*

1 Liter = 2 halbe *L.* = $^4/_4$ = $^8/_8$ = $^{16}/_{16}$ = $^{32}/_{32}$ *Liter.*

50 *L.* = 1 Neuscheffel.

15 *L.* = ca. 14 bayer. Mass.

9 bayer. Scheffel = 20 *HL.* (Fass) ca; 1 bayer. Metz. = 37 *L.* ca.

---

e) Holzmass.

1 bayr. Klafter ist = 6 bayr. Fuss hoch, 6 Fuss breit und die Schnittlänge beträgt $3\frac{1}{2}$ Fuss; sie enthält daher $6 \times 6 \times 3\frac{1}{2}$ = 126 Cubikfuss = 3,1325 Cubikmeter.*)

Jn Frankreich gilt als Holzmass 1 Stér und enthält 1 Cubikmeter. Dieses Holzmass findet von nun an auch in Deutschland Anwendung.

---

f) Zeitmasse.

1 Jahr = 12 Monate à 30 Tage à 24 Stunden à 60 Minuten à 60 Sekunden.

1 Jahr = 365 Tage; 1 Schaltjahr = 366 Tage.

100 Jahre sind ein Jahrhundert oder ein Säculum.

10 Jahre sind ein Decennium.

---

g) Papiermasse.

1 Ballen = 10 Riess à 20 Buch à 24 Bogen Schreibpapier oder 25 Bogen Druckpapier.

---

*) Bemerkung. Würde man die Scheitlänge des Holzes zu 1 Meter annehmen und das Holz 2 Meter breit schlichten, so müsste die Höhe *m.* 57 *cm.* betragen, wenn man eine bayr. Klafter erhalten wollte.

h) Zählmasse.

1 Schock oder Schober = 4 Mandel oder 60 Stück oder Bund.
1 Mandel = 15 Stück.
1 Gross = 12 Dutzend oder 144 Stück.
1 Wurf = 5 Stück.
1 Paar = 2 Stück.

---

3) *Gewichte.*

1 Kilogramm (*Kgr.*) = 100 Dekagramm (*Dgr.* Neuloth) à 10 Gramm (*gr.*) à 10 Decigramm (*dgr.*) à 10 Centigramm (*cgr.*) à 10 Milligramm (*mgr.*)
1 Tonne = 1000 *Kgr.* oder 2000 ℔.
1 Ctr. = 50 *Kgr.* oder 100 ℔.
1 ℔ oder $^1/_2$ *Kgr.* = 50 *Dgr.* (Nlth.)
1 ℔ alten bayer. Gew. = 56 *Dgr.* (Nlth.)
1 Ctr. alten bayr. Gew. = 56 *Kgr.* oder 112 ℔ neuen Gew.
1 bayer. Loth = $1^3/_4$ *Dgr.* (Nlth.);
4 Loth bayer. = 7 *Dgr.* (Nlth.)

Gedruckt bei Th. Burger in Bayreuth.

Heinisch, Georg Friedrich

Rechenbuch zum Schul- und Hausgebrauche eine nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen bearbeitete praktische Anweisung zum Kopf- und Zifferrechnen, mit sehr vielen Uebungs-Aufgaben
Bd.: 4,[1]

Bamberg 1872